Modulo de matemática aplicada a la ingeniería foresta

Hector Gomezcoello Zuñiga

compÁs
Grupo de capacitación e investigación pedagógica

Universidad Técnica Estatal de Quevedo
1984
Ecuador

Modulo de matemática aplicada a la ingeniería foresta

compAs
Grupo de capacitación e investigación pedagógica

UNIVERSIDAD TÉCNICA ESTATAL DE QUEVEDO
1984
ECUADOR

Hector Gomezcoello Zuñiga

Modulo de matemática aplicada a la ingeniería foresta

Modulo de matemática aplicada
a la ingeniería foresta

© Hector Gomezcoello Zuñiga
Universidad Técnica Estatal de Quevedo

Una obra de relevancia producto del
4to. Congreso Internacional de Educación
Superior
Publicado por acuerdo con los autores.
© 2021, Editorial Grupo Compás
Guayaquil-Ecuador

Editado en Guayaquil - Ecuador

ISBN:978-9942-33-421-3

Cita.
Gomezcoello, H. (2021) Modulo de matemática aplicada a la ingeniería foresta. Editorial Grupo Compás.

Dedicatoria

A los estudiantes de ingeniería forestal, para que su relación con los números sea más llevadera.

Héctor Gomezcoello Zúñiga

Para los que tengan afición a las matemáticas y desean aplicarla en este campo.

Hernán Gomezcoello Yépez

INTRODUCCIÓN

La influencia de la tecnología en todos los campos profesionales están produciendo efectos negativos en la capacidad de retener información que anteriormente era grabada en las mentes de los estudiante y permanecían durante toda su vida.

El uso de las calculadoras, las computadoras y celulares, han permitido el cálculo de operaciones matemáticas en forma instantánea, con un mínimo de esfuerzo del estudiante, lo que ha producido la disminución de esfuerzos de razonamiento para la resolución de ejercicios, en vista de la facilidad de aplastar los botones necesarios y el aparato se encarga de buscar la solución.

Lo malo de este procedimiento es que en algunos casos el estudiante no saber si la respuesta el correcta o errónea y se limita a decir “eso dice la calculadora”.

Otro problema que se presenta es que el estudiante no retiene en su mente los procedimientos manuales de las operaciones o las tablas de sumar, restar, multiplicar y dividir, qu4 son conocimientos básicos para poder decidir si la respuesta entregada por el aparato electrónico es correcta o nó.

Por lo antes expuesto, en este libro se han incluido explicaciones, de operaciones básicas y de las unidades de medida: lineales, de superficie y de volumen.

Se ha procurado que los ejercicios se ajusten a la realidad del trabajo forestal.

CAPÍTULO 1

DESCRIPCIÓN DE LA CARRERA INGENIERÍA FORESTAL

Descripción de la carrera (UTEQ)

La Carrera de Ingeniería Forestal estudia los Recursos Forestales maderables, no maderables y su interacción con otros componentes bióticos y abióticos, desde una visión del desarrollo sostenible, considerando la dimensión social, económica y ambiental, para la transformación y manejo óptimo de los recursos forestales, aplicando técnicas silviculturales y tecnológicas con el fin de garantizar el bienestar de la comunidad. Los bosques son vitales para la supervivencia y el bienestar de la humanidad. Albergan dos tercios de las especies animales y vegetales del planeta. Nos brindan alimentos, oxígeno, resguardo, recreación y soporte espiritual. Proporcionan también la materia prima para más de 5.000 productos de valor comercial, una amplia gama que va desde sustancias farmacéuticas hasta leña y vestimenta. La diversidad biológica de los bosques (reservorio genético) sustenta la producción de bienes y servicios ecosistémicos. De acuerdo a la FAO, los bosques aportan a la humanidad recursos, entre ellos una fuente renovable de energía. La dendroenergía representa el 27% del suministro total de energía primaria en África, el 13% en América Latina y el Caribe, y el 5% en Asia y Oceanía. En los hogares de unos 90 millones de personas de Europa y América del Norte la dendroenergía es actualmente la fuente principal de energía para calefacción.

En este sentido y bajo los requerimientos contemporáneos, el Ingeniero Forestal graduado en la UTEQ será un profesional integral y competitivo, con sólidas bases en las ciencias generales, básicas y profesionalizantes, capaz de gestionar los recursos forestales para su protección, conservación y aprovechamiento. Estará en capacidad manejar programas y herramientas informáticas, equipos tecnológicos, sistemas de georreferenciación (SIG), sistemas de producción forestal, herramientas y equipos para el estudio dendrocronológico de la madera, equipos y maquinarias para el aprovechamiento y procesamiento industrial de la madera. Estará capacitado para la valoración de los servicios ecosistémicos del bosque, aprovechamiento de los productos forestales no maderables, manejo de cuencas hidrográficas, elaboración y ejecución de proyectos de mecanismo de desarrollo limpio (MDL), para reducir los efectos del cambio climático. Tendrá aptitudes necesarias para el emprendimiento del desarrollo forestal participativo comunitario, así como destrezas para la comunicación oral y escrita en idiomas no nativos.

https://www.uteq.edu.ec/carrera/Ingenier%C3%ADa%20Forestal-2/

Misión:

La Carrera de Ingeniería Forestal de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo tiene la misión de formar profesionales competentes a nivel científico-técnico, con enfoque humanista, que mejoren la calidad de vida de la colectividad ecuatoriana, a través de la generación, aplicación, sistematización y difusión del conocimiento relacionado con la producción y manejo sostenible de los recursos forestales y la biodiversidad, articulada a la realidad forestal regional y nacional.

Visión:

La Carrera de Ingeniería Forestal de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo, hasta el año 2020 será acreditada a nivel nacional, reconocida por su contribución al manejo sostenible de los recursos forestales y la biodiversidad, al conocimiento científico-técnico y al fortalecimiento de los saberes ancestrales de la comunidad ecuatoriana.

https://www.uteq.edu.ec/carrera/Ingenier%C3%ADa%20Forestal-2/

Objetivo General

Formar profesionales en el manejo de los recursos forestales y la conservación de la biodiversidad, a través de la aplicación del conocimiento científico-técnico y humanístico para contribuir a la protección de los recursos naturales y desarrollo sustentable del país con la participación justa y equitativa de los actores sociales involucrados.

Objetivos específicos

Vinculados al conocimiento y los saberes:

Desarrollar una visión científica-técnica a través de las metodologías y técnicas de manejo forestal y agroforestal vinculada con los saberes ancestrales que contribuyan al manejo sostenible de los recursos forestales y la conservación de la biodiversidad.

Vinculados a la pertinencia:

Generar competencias a través del desarrollo de capacidades en el manejo de bosques, plantaciones comerciales y transformación tecnológica de los productos forestales para consolidar la gestión sostenible de los recursos forestales, enmarcada en el modelo de gobernanza forestal.

Vinculados a los aprendizajes:

Aplicar los conocimientos, métodos de investigación científica, técnicas de manejo, aprovechamiento forestal sustentable, tecnologías aplicadas e industrialización de productos forestales mediante la enseñanza-aprendizaje teórico-práctico e investigativo para la solución de los problemas del área de especialización, y durante las diferentes etapas de su vida.

Vinculados a la ciudadanía general:

Fomentar responsabilidad social basada en la aplicación de principios con ética profesional y humanista, al servicio de la comunidad.

Otros: Propiciar el uso de tecnologías modernas en la formación académica mediante la aplicación de procesos tecnológicos en la mensura, valoración, aprovechamiento, gestión e industrialización de los recursos forestales para el mejoramiento y sustentabilidad de los sistemas de producción.

https://www.uteq.edu.ec/carrera/Ingenier%C3%ADa%20Forestal-2/

CAPÍTULO 2

OPERACIONES MATEMÁTICAS BÁSICAS

SUMA

La suma o adición es la operación matemática que resulta al reunir en una sola, varias cantidades.

Los números que se suman se llaman sumandos y el resultado suma o total.

Para su notación se emplea entre los sumandos el signo + que se lee "más".

	7	*Sumando*
+	3	*Sumando*
	10	*Suma*

La operación de sumar

En la práctica de la suma podemos distinguir tres casos:

Sumar dos números de una sola cifra

La suma de dos números de una sola cifra se halla mentalmente, una vez que se ha aprendido la tabla de la suma:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Sumar un número de una cifra y otro cualquiera

Se agregan las unidades del segundo número a las del primero y, caso que no pasen de nueve, los otros números del primer sumando no varían.

533 + 5 = 538

Si la suma pasa a la de 9, se añade una unidad al número que señala las decenas, en el primer sumando.

533 + 9 = 542

Sumar números de varias cifras

Se colocan los números unos debajo de otros, de modo que las unidades queden debajo de las unidades, la decenas debajo o de las decenas, etc.

```
 6551
 3631
 5943
6364
```

Se suman las unidades de la primera columna, si es un número de una cifra, se escribe al pie de la columna.

```
 6551
 3631
 5943
6364
    9
```

Y si tiene más de una cifra, se escribe al pie de la columna únicamente la cifra de las unidades, añadiendo las decenas a la columna siguiente, procediendo a continuación de igual forma.

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 2\,1} \\
6551 \\
3631 \\
5943 \\
\underline{6364} \\
22489
\end{array}
$$

https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/aritmetica/sumar.html

LA SUSTRACCIÓN O RESTA ES LA OPERACIÓN CONTRARIA A LA SUMA.

Tiene por objeto, dada la suma de dos números y uno de ellos, hallar el otro.

a + b = c

c − b = a

El minuendo (c) es la suma dada.

El sustraendo (b) es el número conocido.

Resta o diferencia (a) es el resultado.

Para su notación se coloca entre el minuendo y el sustraendo el signo − que se lee "menos".

$$
\begin{array}{rl}
7 & \textit{Minuendo} \\
-\ \underline{3} & \textit{Sustraendo} \\
4 & \textit{Diferencia}
\end{array}
$$

La operación de restar

En la práctica de la resta podemos distinguir dos casos:

1º Restar dos números menores que 20

Para restar dos números menores que 20 la operación se realiza mentalmente.

15 − 4 = 11

Restar dos números cualesquiera

Se colocan los números unos debajo de otros, de modo que las unidades queden debajo de las unidades, la decenas debajo o de las decenas, etc.

$$\begin{array}{r} 7535 \\ \underline{4642} \end{array}$$

Se resta cada cifra del sustraendo de la que ocupa el mismo lugar en el minuendo, empezando por la columna de la derecha, escribiendo la cifra que se obtenga al pie de la columna.

$$\begin{array}{r} 7535 \\ \underline{4642} \\ 3 \end{array}$$

Si alguna cifra del sustraendo es mayor que la correspondiente del minuendo, se agregan a ésta diez unidades, y para compensar se añade una unidad a la cifra siguiente del sustraendo.

$$\begin{array}{r} 7535 \\ \underline{5742} \\ 2893 \end{array}$$

Resta de números decimales

1

Se colocan los números decimales en columna haciendo corresponder las comas.

2

Se suman (o se restan) unidades con unidades, décimas con décimas, centésimas con centésimas...

372.528 - 69.68452 =

$$\begin{array}{r} 372.528 \\ \underline{-\quad 69.68452} \\ 302.84348 \end{array}$$

https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/aritmetica/sustraccion.html

MULTIPLICACION

La multiplicación es la operación matemática que consiste en hallar el resultado de sumar un número tantas veces como indique otro.

$a \cdot b = c$

Los factores (a y b) son los números que se multiplican.

Al factor a también se le llama multiplicando.

Al factor b también se le llama multiplicador.

El producto (c) es el resultado de la multiplicación.

Para su notación se emplea entre los factores el signo x o · que se lee "por".

$$\begin{array}{rl} & 7 \\ \times & 3 \\ \hline & 21 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l}\text{Multiplicando}\\ \text{Multiplicador}\end{array}\right\}\text{Factores} \\ \text{Producto}\end{array}$$

El resultado de multiplicar un número cualquiera por cero, es cero.

La operación de multiplicar

En la práctica de la multiplicación podemos distinguir cinco casos:

Multiplicación de dos números de una sola cifra

La operación se realiza mentalmente una vez que se ha aprendido la tabla de multiplicar:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Multiplicación de un número de varias cifras por otro de una

Se multiplica el multiplicador por cada cifra del multiplicando, comenzando por la derecha.

La cifra de las unidades de cada producto parcial se escribe en el lugar que le corresponde, añadiendo las decenas de cada producto a las unidades del producto siguiente.

```
  42675
      6
 ------
 256050
```

Multiplicación de dos números de varias cifras

Se toma como multiplicador el número con menos cifras y se escribe debajo del multiplicando.

```
 25674
   342
 -----
```

Se multiplica cada cifra del multiplicador, empezando por la derecha, por el multiplicando, escribiendo los productos de forma tal que las unidades se correspondan con las cifras del multiplicador del que proceden.

```
 25674        25674        25674
   342          342          342
 -----        -----        -----
 51348        51348        51294
             102696      102588
                         77022
```

La suma de todos los **productos** es el **producto total**.

```
   25674
     342
 -------
   51348
  102696
 77022
 -------
 8780508
```

Si en el multiplicador hay ceros en posiciones no extremas, se dejan huecos en los lugares que corresponden a sus unidades.

345678
2005

1728390
691356

693084390

4º Multiplicación de un número cualquiera por la unidad seguida de ceros

Se escriben a la derecha del multiplicando tantos ceros como acompañan a la unidad.

123 x 10 0000 = 1 230 000

5º Multiplicación de un número cualquiera por otro que termine en ceros

Se efectúa la multiplicación prescindiendo de los ceros en que termina el segundo factor.

252 x 3 000

252
3

756

A la derecha del producto se añaden tantos ceros como tenga el segundo factor.

756 000

https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/aritmetica/multiplicacion.html#:~:text=La%20multiplicaci%C3%B3n%20es%20la%20operaci%C3%B3n,tantas%20veces%20como%20indique%20otro.&text=Los%20factores%20(a%20y%20b,tambi%C3%A9n%20se%20le%20llama%20multiplicador.

DIVISIÓN

La división es la operación inversa a la multiplicación.

Consiste en averiguar cuántas veces el divisor está contenido en el dividendo.

D : d = c

El dividendo (D) es el número que ha de dividirse por otro.

El divisor (d) es el número entre el que ha de dividirse otro.

El cociente (c) es el resultado de la división.

Para la notación de la división se emplea entre el dividendo y el divisor los signos:

Se representa mediante los signos: dos puntos (:) ,barra diagonal (/), u óbelo (÷).

D : d = c

Separadores

Relación entre los términos de una división

Dividendo = Divisor · Cociente

12 = 4 · 3

Divisor = Dividendo : Cociente

4 = 12 : 3

Cociente = Dividendo : Cociente

3 = 12 : 4

Resto = Dividendo − (Divisor · Cociente)

0 = 12 − (4 · 3)

TIPOS DE DIVISIONES

División exacta

Una división es exacta cuando el resto es cero.

$D = d \cdot c$

Ejemplo:

$$\begin{array}{l|l} 15 & 5 \\ \cline{2-2} \boxed{0} & 3 \end{array} \qquad 3 \cdot 5 = 15$$

2 División entera

Una división es entera cuando el resto es distinto de cero.

$D = d \cdot c + r$

Ejemplo:

$$\begin{array}{l|l} 17 & 5 \\ \cline{2-2} \boxed{2} & 3 \end{array} \qquad 17 = 5 \cdot 3 + 2$$

Propiedades de la división de números naturales

1 No es una operación interna

El resultado de dividir dos números naturales no siempre es otro número natural.

$a : b \notin \mathbb{N}$

Ejemplo:

$2 : 6 \notin \mathbb{N}$

2 No es conmutativa

$a : b \neq b : a$

Ejemplo:

$6 : 2 \neq 2 : 6$

3 Cero dividido entre cualquier número da cero

$0 : a = 0$

Ejemplo:

$0 : 5 = 0$

4 No se puede dividir por 0

Algoritmo de la división

En la práctica de la **división** podemos distinguir dos casos:

El divisor tiene una sola cifra y el dividendo una o dos

Se calcula mentalmente (previo conocimiento de la tabla de multiplicar) el mayor número que multiplicado por el divisor no supere al dividendo.

```
12 |3          19 |5
 0  4           4  3
```

El resto se obtiene restando al dividendo el producto del divisor por el cociente.

El divisor y el dividendo tiene más de una cifra

En primer lugar se separan de la izquierda del dividendo tantos cifras como tenga el divisor o más de una, de modo que se forme un número igual o mayor que el divisor.

```
218 161   |87
```

Efectuamos el cociente por tanteo, probando en primer lugar la cifra que resulta de dividir la 1ª o las dos primeras cifras del dividiendo por la primera cifra del divisor. Si el producto de esta cifra por el divisor es mayor que el dividendo, se prueba por otra menor en una unidad, hasta obtener un producto menor. De este modo se obtiene la 1ª cifra del cociente.

```
218 161   |87
           2
```

Se multiplica la cifra obtenida en el cociente por el divisor y el resultado se resta de las cifras separadas del dividendo.

```
218 161   |87
 441       25
   066
```

Si alguna de las divisiones no puede realizarse, por ser el número formado menor que el divisor, se pone un cero en el cociente y se añade la cifra siguiente del dividendo y continuando la división hasta agotar las cifras del dividendo.

```
218 161   |87
          ------
 441       2507
  0661
     52
```

Para comprobar que es correcto el resultado de la división, multiplicamos el cociente por el divisor y al resultado se le suma el resto

2507 x 87 = 218109

218109 + 52 = 218161

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/naturales/division-de-numeros-naturales.html

PROPORCIÓN

En matemáticas, se conoce como proporción a la relación de igualdad que existe entre dos razones, es decir, entre dos comparaciones entre dos cantidades determinadas. O sea: si a/b es una razón, entonces la igualdad a/b = c/d será una proporción.

Por ejemplo: si un negocio de venta de pizza tiene una ganancia de $15.000 y un gasto de $5.000, podremos decir que la empresa tiene una razón de 3. Del mismo modo, si a este negocio le cuesta $20 elaborar dos pizzas (20/2 = 10), de modo que elaborar cuatro pizzas costaría $40 (40/4 = 10). Si ambas razones se expresan en una fórmula: 20/2 = 40/4. He allí una proporción.

La teorización sobre este tipo de relaciones se elaboró en la antigüedad griega, y se le atribuye a Eudoxio de Cnidos, maestro del célebre Euclides de Alejandría, gracias a quien sobreviven las enseñanzas de su maestro, recogidas en el libro V de los Elementos de Euclides.

Tipos de proporcionalidad

Podemos decir que una proporción se da en las situaciones matemáticas en que los valores de dos magnitudes dependen el uno del otro de manera directa (proporcionalidad directa). Así, cuando uno de los valores de la relación aumente, el otro lo hará también necesariamente, como es por ejemplo la relación entre temperatura y energía: a mayor temperatura, se registra mayor energía y viceversa.

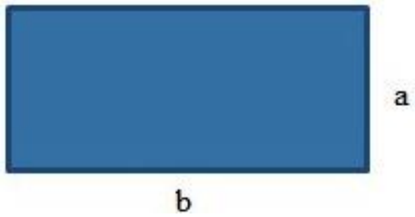
En cambio, en una relación en que el aumento de uno de los términos acarrea la disminución del otro, se dice que estamos ante una proporcionalidad inversa. Esto puede expresarse como que dos términos son inversamente proporcionales: cuando uno sube el otro baja, y viceversa. Tal es la relación entre velocidad y tiempo: a mayor velocidad menor tiempo tardaremos en llegar a nuestro destino, y viceversa.

Fuente: https://concepto.de/proporcion/#ixzz6jIqp8h9y

ÁREAS

ÁREA DEL RECTÁNGULO

El área del rectángulo se obtiene multiplicando la base "b" por la altura "a"

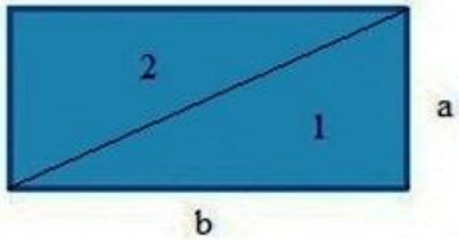


Área del rectángulo = base x altura

$A_{■} = b \cdot a$

ÁREA DEL TRIÁNGULO

Si al rectángulo anterior se le traza una diagonal, el rectángulo queda dividido en 2 triángulos congruentes, el triángulo N° 1 y el triángulo N° 2. Por lo tanto el área de un triángulo se obtiene dividiendo el área del rectángulo por dos

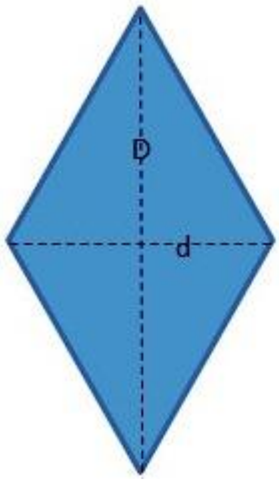


$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{Área del rectángulo}}{2}$$

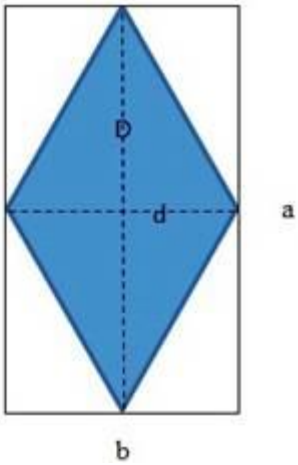
$$A_{\triangle} = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base x altura}}{2}$$

ÁREA DEL ROMBO



Si por los vértices del rombo se traza segmentos paralelos a las diagonales mayor "D" y diagonal menor "d" se forma un rectángulo de base "b" y altura "a", en donde la base del rectángulo es igual a la diagonal menor y la altura es igual a la diagonal mayor.



D=b y d=a

El área del rectángulo es el doble del área del rombo, por lo que el área del rombo es igual al área del rectángulo dividido por dos.

$$Área\ del\ rombo = \frac{Área\ del\ rectángulo}{2}$$

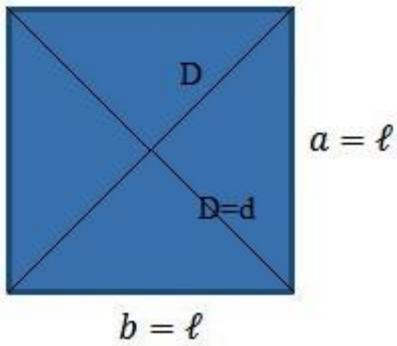
$$A \lozenge = \frac{b \cdot a}{2} \Rightarrow A \lozenge = \frac{d \cdot D}{2} \Rightarrow \boldsymbol{A \lozenge = \frac{D \cdot d}{2}}$$

$$\boldsymbol{Área\ del\ rombo = \frac{Diagonal\ mayor\ x\ diagonal\ menor}{2}}$$

ÁREA DEL CUADRADO

El cuadrado es un rectángulo con lados iguales, es decir, es un rectángulo equilátero. La base "b" y la altura "a" son iguales al lado del cuadrado. Al ser un rectángulo su área es:

Área del cuadrado = Área del rectángulo = base x altura



$$A_{\blacksquare} = b \cdot a = \ell \cdot \ell = \ell^2$$

$$A_{\blacksquare} = \ell^2$$

Área del cuadrado = cuadrado del lado

El cuadrado es un rombo con ángulos iguales, es decir, es un rombo equiángulo. El cuadrado tiene diagonales iguales, y al ser un rombo su área es:

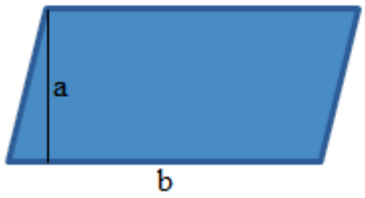
$$\text{Área del cuadrado} = \text{Area del rombo} = \frac{\text{Diagonal mayor x diagonal menor}}{2}$$

$$A_{\blacksquare} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{D \cdot D}{2}$$

$$A_{\blacksquare} = \frac{D^2}{2}$$

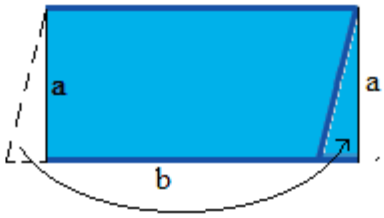
$$\text{Área del cuadrado} = \frac{\text{Cuadrado de la diagonal}}{2}$$

ÁREA DEL PARALELOGRAMO



b = base; a = altura

Transportando el área del triángulo de la parte izquierda a la derecha del paralelogramo, éste se transforma en un rectángulo.



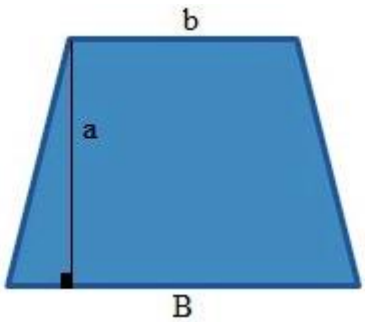
Por lo tanto:

Área del paralelogramo = Área del rectángulo

$$A_{▱} = b \cdot a$$

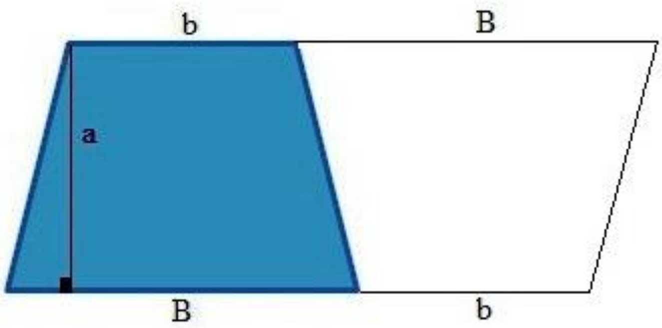
Área del paralelogramo = base x altura

ÁREA DEL TRAPECIO



a = altura; B=Base mayor; b=base menor

Transportando la distancia de la Base Mayor y de la base menor, el trapecio anterior se transforma en un paralelogramo cuya área es el doble del mismo.



Por lo tanto el área del trapecio es igual:

$$\text{Área del trapecio} = \frac{\text{Área del paralelogramo}}{2} = \frac{\text{base x altura}}{2}$$

Base del paralelogramo = base = B + b, sustituyendo valores en la ecuación anterior se obtiene:

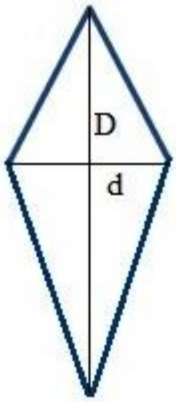
$$\text{Área del trapecio} = \frac{(B+b)\cdot a}{2}$$

Por lo tanto el área del trapecio es igual:

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{B+b}{2} \cdot a$$

$$\text{Área del trapecio} = \frac{\text{Base Mayor} + \text{base menor}}{2} \cdot \text{altura}$$

ÁREA DEL ROMBOIDE



D = Diagonal mayor; d = diagonal menor

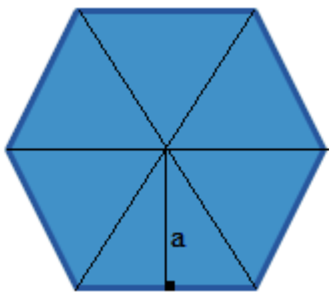
El romboide tiene sus lados contiguos iguales, es una especie de rombo alargado. Su área es igual al área del rombo

Área del romboide = Área del rombo

$$A\,\lozenge = \frac{D \cdot d}{2}$$

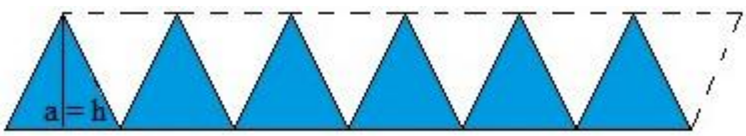
$$\text{Área del romboide} = \frac{\text{Diagonal Mayor} \cdot \text{diagonal menor}}{2}$$

8) ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR



a = apotema

Desarrollando el polígono regular y formando un paralelogramo se obtiene:



b = Perímetro del polígono regular

Donde la base es igual al perímetro del polígono regular y la altura es igual al apotema

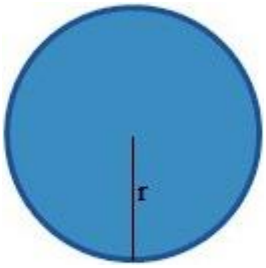
Por lo tanto el área del polígono regular es igual al área del paralelogramo dividido por 2

$$AO = \frac{\text{Área del paralelogramo}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$AO = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$\text{Área del polígono regular} = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

ÁREA DEL CÍRCULO



El círculo es un polígono regular de infinitos lados, en donde el radio representa la apotema. Por lo tanto el área el círculo es igual al área del polígono regular

$$\text{Área del cículo} = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$

El perímetro del círculo es igual a $2\pi r$

Donde:

$\pi = pi = constante\ matemática = 3{,}141592654$

r = radio

Reemplazando valores y realizando las operaciones respectivas se tiene:

$$A \odot = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \frac{2\pi r^2}{2} = \pi r^2$$

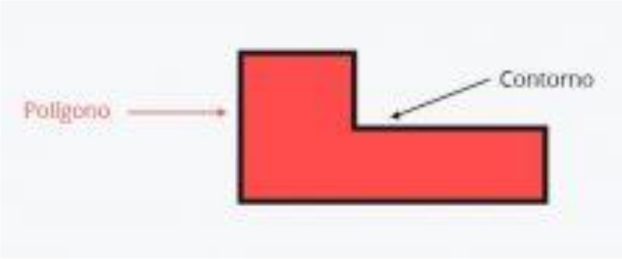
$$\text{Área del cículo} = pi \cdot \text{cuadrado del radio}$$

https://www.monografias.com/trabajos88/deduccion-formulas-calcular-area-figuras-planas/deduccion-formulas-calcular-area-figuras-planas.shtml

PERÍMETRO

Llamamos perímetro de un figura geométrica plana a la longitud de su contorno.

El perímetro es, por tanto, una medida de longitud, por lo que vendrá en centímetros, metros, pulgadas… en general, en unidades lineales.



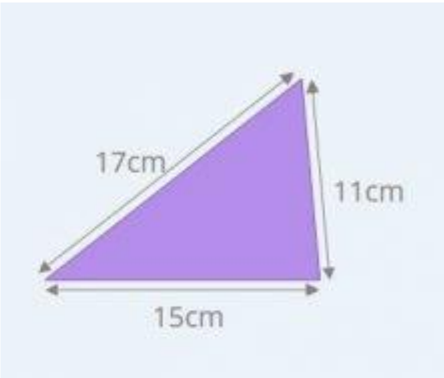
https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/perimetro-contorno.jpg

Calcular perímetros de cualquier polígono

Vamos a presentar la primera estrategia para el cálculo de perímetros. No importa el número de lados que tenga el polígono.

El perímetro de una figura geométrica siempre puede calcularse sumando la longitud de cada uno de sus lados.

Perímetro de un triángulo de lados 11, 15 y 17 centímetros.



https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/todos-poligonos.jpg

Para calcular el perímetro hay que sumar las longitudes de sus lados: 17cm + 15cm + 11cm = 43cm

Puedes utilizar esta estrategia para calcular el perímetro de cualquier polígono.

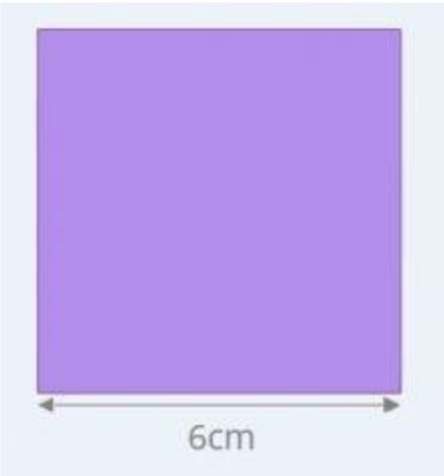
Calcular perímetros de figuras geométricas

Ahora que ya sabes lo que es el perímetro y cómo se calcula en un polígono cualquiera, vamos a ver cómo se calcula el perímetro de cada una de las siguientes figuras geométricas:

Calcular perímetros de cuadrados

La característica especial del cuadrado es que tiene sus cuatro lados iguales. Podemos aprovechar esto para simplificar nuestros cálculos.

Perímetro del cuadrado



https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/cuadrados.jpg

Puedes calcular el perímetro de este cuadrado sumando la longitud de cada uno de sus cuatro lados.

Perímetro = 6cm + 6cm + 6cm + 6cm = 24cm

Como los cuatro lados son iguales al multiplicar por cuatro la longitud del lado obtienes el mismo resultado.

Perímetro = 4 x 6cm = 24cm

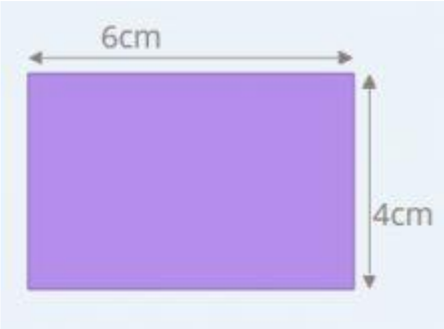
Así, descubres una regla que te sirve para cualquier cuadrado.

Perímetro del cuadrado = 4 x longitud lado

Calcular perímetros de rectángulos

En todos los rectángulos los lados opuestos son iguales, tiene lados que son iguales dos a dos.

Perímetro del rectángulo



https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/rectangulos.jpg

Para calcular el perímetro del rectángulo del ejemplo puedes sumar la longitud de sus lados, dos 6cm y dos de 4cm.

Perímetro = 6cm + 4cm + 6cm + 4cm = 20cm

Cualquier rectángulo tiene repetidos 2 veces los dos lados. Así que, al multiplicar por dos la suma de las longitudes de la base y la altura llegamos al mismo resultado.

Perímetro = 2x (6cm + 4cm) = 20cm

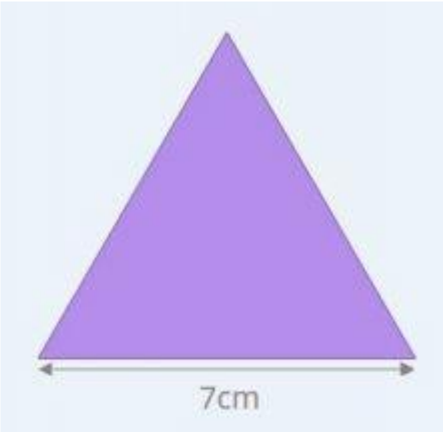
Entonces, tienes una regla para cualquier rectángulo.

Perímetro del rectángulo = 2 x (base + altura)

Calcular perímetros de triángulos equiláteros

Igual que en los cuadrados, los lados de los triángulos equiláteros son iguales. Todos miden lo mismo.

Perímetro triángulo equilátero



https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/triangulos-equilateros.jpg

Cada lado mide 7cm y puedes calcular la longitud de su contorno de la siguiente manera.

Perímetro = 7cm + 7cm + 7cm = 21cm

O de una manera más fácil. Como los tres lados son iguales puedes multiplicar por tres la longitud del lado y el resultado no cambia.

Perímetro = 3 x 7cm = 21cm

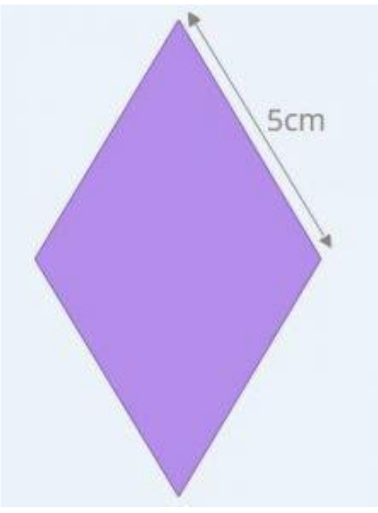
Y esto sirve para cualquier triángulo equilátero.

Perímetro del triángulo equilátero = 3 x longitud lado

Cálculo de perímetros de rombos

El rombo tiene sus cuatro lados iguales. Pero no todos sus ángulos son iguales, sólo los ángulos opuestos son iguales entre sí.

Perímetro del rombo



https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/rombo-222x295.jpg

Como los cuatro lados son iguales podemos multiplicar por cuatro la longitud del lado para obtener la medida del perímetro.

Perímetro = 4 x 5cm = 20cm

Esta regla es la misma que la de los cuadrados, porque también tienen sus cuatro lados iguales.

Perímetro del rombo = 4 x longitud lado

Cálculo de perímetros de triángulos isósceles

En los triángulos isósceles dos de sus lados son iguales y uno diferente.

Perímetro del triángulo isósceles

https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/isosceles.jpg

Como tiene dos lados iguales y uno diferente, para calcular el perímetro sólo tenemos que multiplicar por 2 la longitud del lado que se repite y sumarle la del lado diferente.

Perímetro = 5cm x 2 + 6cm = 16cm

Así, para cualquier triángulo isósceles:

Perímetro triángulo isósceles = longitud lado repetido x 2 + longitud lado diferente

Cálculo de perímetros de trapecio isósceles

Los trapecios isósceles tienen una forma especial. Tienen dos lados oblicuos iguales y otros dos lados paralelos diferentes, la base mayor y la base menor.

Perímetro del trapecio isósceles

https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/trapecio.jpg

En este caso, hay que multiplicar la longitud de uno de los lados oblicuos por dos y sumarle las longitudes de las dos bases.

Perímetro = 5cm x 2 + 12cm + 6cm = 28cm

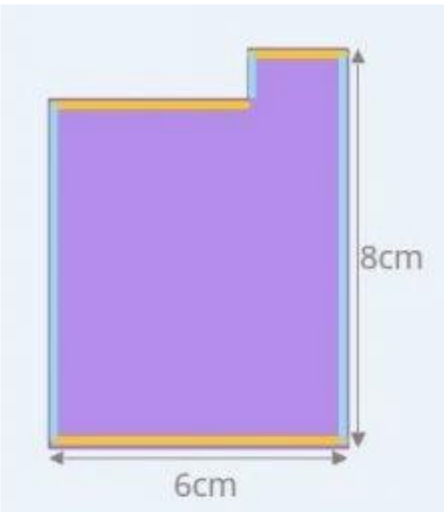
Entonces, para calcular el perímetro de cualquier trapecio isósceles:

Perímetro del trapecio isósceles = longitud lado oblicuo x 2 + longitud base mayor + longitud base menor

Cálculo de perímetros de polígonos escalonados

Los polígonos escalonados tienen una característica muy peculiar. La suma de las longitudes de los lados que son paralelos a la base mide lo mismo que la longitud de la base. Y lo mismo ocurre con la suma de las longitudes de los lados paralelos a la altura, que mide lo mismo que la longitud de la altura.

Perímetro polígono escalonado



https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/escalonado-explicado.jpg

Así que para calcular el perímetro de cualquier polígono escalonado podemos utilizar la misma fórmula que para el rectángulo, porque podemos tratar la suma de las longitudes de los lados horizontales y de los verticales como si fueran igual a la longitud de la base y de la altura. Es como si tuviéramos repetidas las longitudes de la base y la altura.

Perímetro = 2x (6cm + 8cm) = 28cm

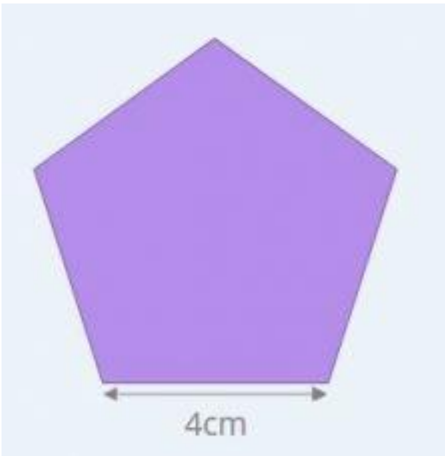
Esta regla sirve para cualquier polígono escalonado de este tipo:

Perímetro del polígono escalonado = 2 x (base + altura)

Calcular perímetros de cualquier polígono regular

El rasgo que define a los polígonos regulares es que todos sus lados tienen la misma longitud.

Perímetro pentágono



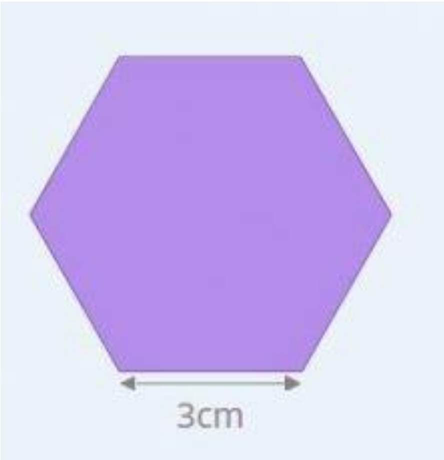
https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/pentagonos.jpg

Como el pentágono tiene cinco lados iguales, para hallar su perímetro se multiplica por cinco la longitud del lado.

Perímetro del pentágono = 5 x longitud lado

Perímetro del hexágono

Y en el hexágono, que tiene seis lados iguales, multiplicas por seis la longitud de lado.



https://www.smartick.es/blog/wp-content/uploads/hexagonos.jpg

Perímetro del hexágono = 6 x longitud lado

De estos ejemplos podemos extraer una regla para calcular, de una manera sencilla, el perímetro de cualquier polígono regular.

Multiplicar el número de lados del polígono por la longitud del lado.

Perímetro de un polígono regular = nº lados x longitud lado

https://www.smartick.es/blog/matematicas/geometria/calcular-perimetros/

CAPÍTULO 3

EJERCICIOS APLICADOS

APLICACIÓN DE LA SUMA ARITMÉTICA

Ejercicio 1. Se desea saber cuántos m de alambre de púas se necesita para cercar un terreno poligonal cuyos lados miden 300 m; 200 m; 100 m; 500 m y 400 m.

En este caso tenemos que encontrar el perímetro (P) del terreno, el cual se encuentra sumando las dimensiones de los lados, así:

$P = L1+L2+L3+L4+L5$

$P = 300\ m+200\ m+100\ m+500\ m+400\ m$
$P=1\ 500\ m$

RESPUESTA:

Se necesita 1500 m (mil quinientos metros lineales) de alambre de púas.

Ejercicio 2. Un propietario posee tres fincas cuyas superficies son: 15 000 m^2; 30 000 m^2; 80 000 m2. Calcular el total de m^2 que posee.

Para calcular el total (T) sumamos las tres cantidades o sumandos (S), así:

$T = S+S+S$

$$\begin{array}{r} 15\ 000\ m^2 \\ +30\ 000\ m^2 \\ \underline{80\ 000\ m^2} \\ 125\ 000\ m^2 \end{array}$$

m: metro lineal
m^2: metro cuadrado
m^3: metro cúbico

RESPUESTA:

El propietario posee un total de 125 000 m^2.

Ejercicio 3. ¿Cuántos m^3 de agua se encuentran contenidos en 4 tanques cuyos volúmenes son: 200 m^3; 400 m^3, 150 m^3 y 100 m^3?

Debemos sumar los 4 volúmenes para calcular el volumen total

$VT = V1+V2+V3+V4$

$V\ total = 200\ m^3+400\ m^3+150\ m^3+100\ m^3$
$V\ total = 850\ m^3$

RESPUESTA:

El volumen total de agua contenida en los tanques es de 850 m^3 (ochocientos cincuenta metros cúbicos)

Ejercicio 4. En una hacienda se han plantado 5000 árboles de teca, 200 de guayacán, 600 de balsa, 800 de laurel, 300 de fernansánchez, 2000 de aguacate, 4000 de sapote y 600 de canelo. Calcular el total de árboles plantados.

Sumamos las cantidades para obtener el total:

$$
\begin{array}{r}
5\,000 \\
+\quad 200 \\
600 \\
800 \\
300 \\
2\,000 \\
4\,000 \\
\underline{\quad 600} \\
13\,500
\end{array}
$$

La unidad de medida lineal es el m (metro lineal)

La unidad de medida de superficie es el m^2 (metro cuadrado)

La unidad de medida de volúmenes es el m^3 (metro cúbico)

RESPUESTA:

En total se ha plantado 13 500 (trece mil quinientos) árboles.

APLICACIÓN DE LA RESTA ARITMÉTICA

Ejercicio 5. En una finca se tiene plantados 5 600 árboles. El dueño ordena talar 4 000 árboles. Calcular la cantidad de árboles restante.

Para encontrar la diferencia (D), se resta el minuendo (M) menos el sustraendo (S):

D = M-S, siendo M la cantidad mayor y S la cantidad menor

Restamos 5600 - 4000

$$\begin{array}{r} 5\,600 \\ \underline{-4\,000} \\ 1\,600 \end{array}$$

También podemos plantear así: 5600-4000=1600

La diferencia (D) es de 1 600 árboles.

RESPUESTA

La cantidad de árboles restantes es de 1600 (mil seiscientos)

Ejercicio 6. En una finca cuya superficie es de 30 000 m^2 se ha plantado 12 000 m^2 con guayacán. Calcular la superficie (en m^2) en los que aún no se ha plantado.

Restamos 12000 m^2 de 30000 m^2:

$$\begin{array}{r} 30000\ m^2 \\ \underline{-\ 12000\ m^2} \\ 18000\ m^2 \end{array}$$

RESPUESTA:

La superficie en la cual aún no se ha plantado es de 18 000 m^2

Ejercicio 7. En una plantación donde se había inventariado 4000 m^3 de madera. Se han robado 1800 m^3. Calcular el volumen (en m^3) de madera restante.

Restamos 1800 m^3 de 4000 m^3:

$4000\ m^3 - 1800\ m^3 = 2200\ m^3$

RESPUESTA:

El volumen de madera que aún queda en la plantación es de 2200 m^3 (dos mil doscientos metros cúbicos)

Ejercicio 8. Se tenía preparado 1 m^3 de sustrato en un vivero. Se ha usado medio m^3 de sustrato. Calcular la cantidad sobrante.

Restamos el medio metro cúbico de un metro cúbico:

$$\begin{array}{r} 1{,}00\ m^3 \\ \underline{-0{,}50\ m^3} \\ 0{,}50\ m^3 \end{array}$$

RESPUESTA:

La cantidad sobrante de sustrato es de 0,5 m^3 (cero coma cinco metros cúbicos), lo que es igual a medio metro cúbico.

APLICACIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN

Ejercicio 9. Se ha llenado 20 cubetas con 24 plántulas en funda cada una. Calcular la cantidad de plántulas existente en las cubetas.

Multiplicamos 20 por 24 y el producto será la cantidad de plántulas existente.
20 x 24 = 480

RESPUESTA:

En total de plántulas existente en la cubetas es de 480 (cuatrocientos ochenta).

Ejercicio 10. En una finca de 20 hectáreas (ha) existen 625 árboles de guayacán blanco por ha. Calcular la cantidad de árboles existentes en la finca.

Multiplicamos 20 por 625 y el producto será la cantidad de árboles de guayacán existente en la finca
20 x 625 = 12500

RESPUESTA:

En la finca existen 12500 árboles de guayacán blanco

Ejercicio 11. Calcular la cantidad de dólares que debe recibir un productor de madera si vende 500 m3 de madera de teca por el valor unitario de 300 dólares.

Multiplicamos 500 m^3 por 300 dólares que vale cada m^3.
500 m^3 x 300 USD/m^3 = 150000 USD
El productor debe recibir 150000 USD (ciento cincuenta mil dólares americanos) por la venta de la madera

Ejercicio 12. En un vivero se ha contratado 20 personas para que enfunden sustrato para sembrar. Cada uno llena 800 fundas en un día. Calcular la cantidad de fundas llenadas en un día.

Multiplicamos 20 por 800
20 x 800 = 16000

RESPUESTA:
En un día se ha llenado 16000 fundas.

Ejercicio 13. Un motosierrista cobra 50 USD por día de trabajo. Calcular la cantidad de dinero que se deberá pagar por medio día.
Multiplicamos 50 por 0,5 (0,5 es igual ½ (un medio))
50 x 0,5 = 25

RESPUESTA:
Se deberá pagar 25 (veinticinco) dólares por medio día de trabajo

APLICACIÓN DE LA DIVISIÓN

Ejercicio 14. Se necesita podar 1000 árboles de teca. Si se emplea 5 jornaleros, calcular la cantidad de árboles que deberá podar cada jornalero.

Dividimos los mil árboles para los 5 jornaleros y el cociente será la cantidad de árboles que deberá podar cada uno.

1000/5 = 200

RESPUESTA:

Cada jornalero deberá podar 200 árboles de teca.

Ejercicio 15. En una línea de 100 m (metros lineales) se necesita colocar plántulas de *Gmelina arborea* (melina) a una distancia de 3m de planta a planta. Calcular la cantidad de plántulas que se necesita.

Dividimos los 100 m para 3 m y el cociente será la cantidad de plantas necesarias.

100 m/(3 m/planta) = 33,3 plantas

RESPUESTA:

Se necesita 33,3 plantas (33+0,3=33,3), pero como no podemos plantar las 0,3 plantas, contabilizamos sólo 33 (treintitres) plantas.

Ejercicio 16. ¿Cuántas plantas entran en una línea de 100 m, si se planta a 2,5 m de distancia entre planta?

Procedemos a dividir la longitud de la línea para la distancia de planta a planta: 100/2,5=40

RESPUESTA:

En cien metros entran 40 (cuarenta) plantas, a una distancia de 2 metros y medio entre planta.

Ejercicio 17. Se está plantando *Schizolobium parahibum* (pachaco) a 5 m de distancia entre planta. Calcular la cantidad de plántulas de pachaco que entran en una línea que mide 1 km.

1 km=1000 m
1000 m/ 5= 200

RESPUESTA:

En una línea de 1 km entran 200 (doscientas) plantas a una distancia de cinco metros entre planta

Ejercicio 18. Se tiene un m^3 de sustrato en un vivero. Se necesita enfundar el sustrato. En cada funda caben 1000 cm^3. Calcular la cantidad de fundas que pueden ser llenadas con 1 m^3 del sustrato.

Sustrato es una mezcla de tierra con arena y aserrín

1 m^3 es igual a 1 000 000 cm^3

1 000 000 cm^3/(1 000 cm^3/funda) = 1000 fundas.

RESPUESTA:

Se puede llenar 1000 fundas de 1 000 cm^3 de capacidad cada una

Ejercicio 19. Se ha plantado laurel a 2,5 m de distancia entre planta. Calcular el número de plantas que entran en una ha (hectárea).

Razonamiento:

La hectárea puede ser considerada como un cuadrado que tiene 100 m por cada lado.

Dividiendo 100 m para 2,5 m se obtiene 40, lo que representa la cantidad de plantas por cada lado. Para calcular la cantidad de plantas que entra en la ha, multiplicamos 40 x 40 y el producto (1600) es la cantidad de plantas que entra por ha.

También se puede multiplicar 100 m x 100 m y obtenemos el área del cuadrado que es igual a 10 000 m^2. Esta es la cantidad de metros cuadrados que tiene una ha.

Luego multiplicamos 2,5 m x 2,5 m que es igual a 6,25 m^2, siendo ésta la superficie que ocupa cada planta. Luego dividimos 10 000 m^2 para 6,25 m^2 y el cociente (1600) es la cantidad de plantas que entra por ha.

S_1=100 m x 100 m = 10 000 m^2
S_2 = 2,5 m x 2,5 m = 6,25 m2
N = S_1/S_2
10 000 m^2/(6,25 m^2/planta)= 1600 plantas.

RESPUESTA:

En una ha entran 1600 plantas a una distancia de 2,5 m entre ellas.

CÁLCULO DE PORCENTAJE

Ejercicio 20. Calcular el 5% de 200.

Razonamiento: 200 representa el 100%. El 5% quiere decir que por cada 100 voy a tomar 5, entonces si de un ciento tomo 5 y del otro ciento tomo 5, voy a tener 10, por lo tanto el 5% de 200 equivale a 10.

También se puede multiplicar 200 x 5 y dividir para 100. El resultado será igual a 10.

200(5/100) = 10

200(0,05) = 10

Nota: 5% es igual que decir 5 dividido para 100 ó 5%=5/100

RESPUESTA:

El 5 % de 200 es igual a 10

Ejercicio 21. Calcular el porcentaje que representa 40 m^3 de 200 m^3 de madera.

Razonamiento: En este caso se emplea la regla de tres simple directa, porque las cantidades varían de más a más y de menos a menos. Es decir, si 200 representa el 100 por ciento, cuarenta, siendo la cantidad menor representará un porcentaje menor.

Planteamiento:

m^3	%
200	100
40	X

Cuando la regla de tres es directa las cantidades se relacionan con líneas cruzadas. Para resolver esta regla de tres se formará una fracción, donde la cantidad relacionada con la

X se colocará en el denominador y las otras cantidades se multiplican en el numerador, así:

$X = [(40x100)/200]$

$X = [4000/200]$

$X = [40/2]$

$X = 20\%$

RESPUESTA:

40 m^3 representan el 20% de 200 m^3.

PROPORCIONES

Ejercicio 22. En la poda de árboles se utiliza cal apagada y sulfato de cobre, para curar las heridas, en una proporción de 6 a 1. Calcular la cantidad de sulfato de cobre que se necesita para mezclar con una libra de cal.

Razonamiento:

La proporción de 6 a 1 significa que si utilizamos 6 cucharadas de cal debemos utilizar una de sulfato de cobre, o si usamos 6 libras de cal usaremos 1 libra de sulfato. Esto significa que usaremos la sexta parte de sulfato por una de cal.

En este ejercicio debemos multiplicar 1 lb de cal por 1/6 de sulfato. Lo que nos da:

1lb x 1/6= 1/6 ó 0,16 lb de sulfato.

Si consideramos que 1 lb tiene 16 onzas, entonces multiplicamos 16 x 1/6 lo cual es igual a 2,6; lo que significa 2 onzas con seis décimas de onza.

Si consideramos que una libra tiene 454 gramos, entonces tendríamos que multiplicar 454 por 1/6 lo que sería como dividir 454 para 6, obteniéndose un resultado de 75,6 g, entonces tendríamos que usar 75,6 g de sulfato por cada libra de cal.

Nota. La mezcla se realiza con agua procurando que sea homogénea y forme una pasta fácil de aplicar en la parte herida del árbol (no debe quedar aguada)

RESPUESTA:

Se necesita 2,6 oz (onzas) de sulfato de cobre ó 75,6 g (gramos) para mezclar con una libra de cal

CÁLCULO DE SUPERFICIES

La superficie es una medida que tiene dos dimensiones, que pueden llamarse: largo y ancho; base y altura; lado y lado, según se ubique la figura o la forma de ésta. Es una figura porque es un plano con dos dimensiones. Los planos pueden estar inclinados, horizontales o verticales, pero siempre serán planos.

La superficie sirve para calcular áreas de terrenos, paredes, calles, carreteras, puentes, tablas, láminas de madera y otras similares.

Un metro cuadrado es una superficie de cuatro lados que tiene 1m por lado:

$1\ m^2 = 1\ m^1 \times 1\ m^1 = 1\ m^{(1+1)} = 1\ m^2$

> En una multiplicación de potencias de igual base, se escribe la base, y se suman los exponentes de las bases.
> Ej. $m^1 \times m^1 = m^{1+1} = m^2$

El metro cuadrado se representa con m^2 y es la unidad de medida de superficie. 1 m^2 es igual a 100 dm^2, a 10 000cm^2 y a 1 000 000 mm^2

Un m^2 se puede obtener multiplicando 2 dimensiones cuyos productos sean igual a 100 dm^2 o cualquiera de las equivalencias antes anotadas. La figura no debe ser necesariamente un cuadrado, puede ser un rectángulo, un triángulo, un rombo, un romboide, círculo o de cualquier superficie con 2 dimensiones. Puede tener la forma de polígono regular o irregular.

Ejercicio 23. Un terreno de forma rectangular (forma de rectángulo) mide 30 m por un lado, que vendría ser el largo (l) y 10 m por otro lado que vendría a ser el ancho (a). Calcular la superficie del terreno.

Razonamiento:

Un rectángulo es una figura que tiene 4 lados que forman ángulos rectos entre sí (los ángulos rectos miden 90 grados). Los ángulos opuestos son iguales. En este caso se multiplica el largo por el ancho.

La ecuación utilizada para resolver este problema es:

$S = l \times a$

Donde: <u>S</u> es la superficie, <u>l</u> es el lado más largo y <u>a</u> es el menos largo o también llamado ancho.

Entonces multiplicamos 30 m por 10 m, lo que da como resultado 300 m^2. No olvidar que las superficies se expresan en medidas cuadradas.

S = 30 m x 10 m
S = 300 m^2.

RESPUESTA:

La superficie del terreno es de 300 m^2 (trecientos metros cuadrados)

Ejercicio 24. Calcular la superficie que tiene un terreno cuyos lados miden 100 m cada uno y sus lados forman ángulos rectos.

Este terreno tiene la forma de un cuadrado. La ecuación para encontrar la superficie de un cuadrado es:

S = l x l
S = 100 m x 100 m
S = 10 000 m^2

A esta cantidad de 10 000 m^2 se la conoce como hectárea y se la representa con las letras ha (ha es abreviatura de hectárea)

Siendo 10 000 m^2 = 1 ha, el terreno tiene la superficie de 1ha.

RESPUESTA:

La superficie del terreno es de 1 ha

Ejercicio 25. Una parcela de forma rectangular mide 250 m de frente por 2 000 m de fondo. Calcular la superficie de la parcela.

En este caso el frente es el ancho y el fondo es el largo.

Aplicamos la ecuación

S = l x a
S = 2 000 m x 250 m
S = 500 000 m^2

Considerando que 10 000 m^2 es igual a 1 ha, transformamos los 500 000 m^2 a ha, para lo cual dividimos 500 000 m^2 para 10 000 m^2, dando como resultado 50 ha.

Aplicando la regla de tres simple directa tenemos:

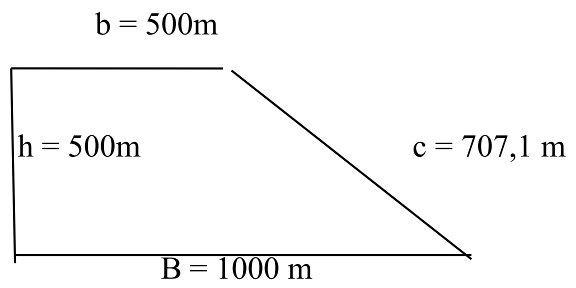
m^2	ha
10 000	1
500 000	X

X = (1 x 500 000)/10 000
X = 500 000/10 000
X = 50 ha.

RESPUESTA:

La parcela tiene una superficie de 50 ha

Ejercicio 26. Un terreno tiene la forma de un trapecio irregular. Sus dimensiones son: h = 500 m; B =1 000 m; b = 500 m y 707,1 m. Calcular la superficie encerrada.



Para encontrar esta superficie utilizamos la ecuación:

S = [(B+b)/2] x h

Donde:

B= base mayor
b= base menor
h= altura

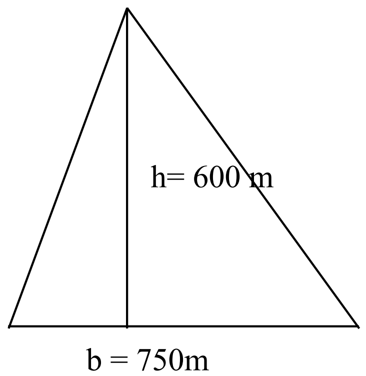
Reemplazando valores tenemos:

S = [(1 000 m + 500 m)/2]*500 m
S = [(1 500 m)/2]*500 m
S = [750 m]*500 m
S = 375 000 m^2
Para transformar a ha dividimos 375 000 m^2 para 10 000m^2, lo que es igual a 37,5ha

RESPUESTA:

La superficie encerrada es de 37,5 ha

Ejercicio 27. Un terreno de forma triangular mide 750m por un lado y la perpendicular trazada a este lado desde el vértice opuesto mide 600 m. Calcular la superficie del terreno.



En este caso al lado que mide 750 m se le llama base (b), a la perpendicular se le llama altura (h).

Aplicamos la ecuación:

S = (bxh)/2
S = (750 m x 600 m)/2
S = 450 000 m^2/2
S = 225 000 m^2
Dividiendo 225 000 m^2 para 10 000 m^2/ha obtenemos 22,5 ha.

RESPUESTA:

La superficie del terreno es de 22,5 ha

CÁLCULO DE VOLUMEN

Ejercicio 28. Calcular el volumen de una troza de balsa que tiene 2,5 m de largo y 100 cm de circunferencia.

Para calcular este volumen procedemos a calcular el diámetro de la troza dividiendo para 3,14, ya que se trata de un cuerpo cilíndrico y necesitamos encontrar la superficie de la sección transversal que es un círculo. Una vez encontrado el diámetro lo dividimos para 2 para obtener el radio.

Aplicando la ecuación para encontrar la superficie del círculo multiplicaremos 3,14 por el radio por sí mismo. Por último, a la superficie de la sección (que se le puede llamar base), la multiplicaremos por la longitud de la troza y obtendremos el volumen de la misma.

$D = \text{Circunferencia}/\ \pi$
$D = C/\ \pi$
$D = 100\text{ cm}/\ 3{,}14$
$D = 31{,}8\text{ cm}$

$r = D/2$
$r = 31{,}8\text{ cm}/2$
$r = 15{,}9\text{ cm}$

$S = \pi \times r^2$
$S = (3{,}14) \times (15{,}9\text{ cm})^2$
$S = (3{,}14) \times (252{,}81\text{ cm}^2)$
$S = 793{,}82\text{ cm2}$

$Vol = S \times H$
$Vol = (793{,}82\text{cm}^2) \times 2{,}5\text{m}$
$Vol = (0{,}079382\text{m}^2)(2{,}5\text{m})$
$Vol = 0{,}198\text{ m}^3$

Para poder multiplicar cantidades debemos transformar a las unidades de medida. En este caso transformamos los cm^2 a m^2

$1m^2 = 10000\ cm^2$

Dividimos 793,82 cm^2 para 10000 cm^2/m^2 y tenemos 0,079382 m^2

Cuando se multiplican potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes:

$m^2 \times m^1 = m^{2+1} = m^3$

La letra griega pi (π) tiene el valor de 3,1416. Generalmente se usa 3,14.

Es un valor constante que resulta de dividir la longitud de la circunferencia (C) para el diámetro (D) del círculo que ésta encierra. π = C/D. Pi no tiene unidad de medida

RESPUESTA: El volumen de la troza es de 0, 198 m^3

Ejercicio 29. Calcular el volumen de madera que tiene un árbol en pie que mide tres "palmos" de grosor (en este caso se refiere a la circunferencia) y 10m de altura (H) hasta donde comienza la copa (también llamada altura comercial).

Razonamiento

El palmo es una medida usada en el campo para medir la circunferencia de los árboles sin tener que cortarlos. Cada palmo mide 21 cm. El palmo es igual a una cuarta, que es la cuarta parte de una vara que mide 84cm.

Primero transformamos los palmos a cm:

3 palmos x 21 cm = 63 cm.

Luego dividimos los 63 cm para 3,14 para encontrar el diámetro, utilizando la ecuación de D=C/3,14:

D=63cm/3,14=20,06cm.
D=20,06cm

Ahora dividimos para 2, ya que el radio es la mitad del diámetro:

r= D/2
r= 20,06 cm/2 = 10,03 cm.
r= 10,03 cm

A continuación calculamos el área basal del árbol. Para esto se calcula la superficie del círculo que se obtiene al hacer un corte transversal del árbol, multiplicando pi por el radio elevado al cuadrado:

$Sc = \pi\ xr^2$.
$Sc = (3,14) \times (10,03\ cm)^2$
$Sc = (3,14)(100,6009\ cm^2)$
$Sc = 315,89\ cm^2$

Al multiplicar 3,14 x 100,6009 obtenemos 315,8869; pero para simplificar trabajamos con dos decimales y al aproximar se obtiene 315,89

Para calcular el volumen, multiplicamos el área basal del árbol por la altura (H) del árbol:

El volumen de un cilindro es igual a la superficie de la base (Sb) multiplicada por la altura (H): (Vol = Sb x H)

Para multiplicar unidades de medida, éstas deben ser de la misma denominación. No se puede multiplicar cm por m, por lo tanto, los cm^2 han sido reducidos a m^2.

Datos:

$Sb = 315,89\ cm^2$
$H = 10\ m$
$Vol = 315,89\ cm^2 \times 10\ m$
$Vol = 0.031589\ m^2 \times 10\ m$
$Vol = 0,316 m^3$

En las unidades de medida lineales los submúltiplos o múltiplos varían de 10 en 10, en las cuadradas de 100 en 100 y en las cúbicas de 1000 en 1000. Para pasar de cm^2 a m^2 tenemos que dividir $315,89 cm^2$ para 10 000, ya que 1 m^2 tiene 10 000cm^2.

Esta cantidad 0,315 m^3 es igual a 315 dm^3.

Ejercicio 30. Se requiere saber cuántos árboles con el volumen de 0,316 m^3 son necesarios para completar un metro cúbico (m^3).

Para tener 1 m^3 debemos completar 1000 dm^3. Aplicando álgebra podemos expresar así:

$1000\ dm^3 = 315\ dm^3\ (X)$

Despejamos X enviando 315dm^3 a dividir a 1000 dm^3:

$X= 1000\ dm^3/\ 315\ dm^3$

$X = 3,17$ árboles

3,17=3+0,17

0,17 se puede aproximar a 0,2

RESPUESTA: **Necesitamos 3, 2 árboles ó 3 1/5 de árboles ó 3 árboles más un quinto de otro árbol de 10 m**.

Para completar un m^3 necesitamos 3 árboles y la quinta parte de otro árbol (0,17 aproximamos a 0,2 que es igual a 1/5).

Tomando en cuenta que la longitud del árbol es de 10 m, tomaríamos 2 m de otro árbol de igual diámetro para completar el m^3.

Ejercicio 31. Calcular el factor de forma (f) de un árbol, sabiendo que el diámetro mayor (D) mide 40 cm y el diámetro menor (d) mide 35 cm.

Para calcular el factor de forma se divide el diámetro menor para el diámetro mayor:

$f= d/D$
$f= 35cm/40cm$
$f= 0,875$
$f= 0,9$

Los diámetros son medidos en los extremos de los árboles, siendo por lo general mayor el diámetro en la base y menor en la parte alta o altura comercial

RESPUESTA: El factor de forma de este árbol es igual a: 0,9

Ejercicio 32. Calcular el volumen de un árbol cuya base tiene 60 cm de diámetro (DAP), la altura comercial (H) es de 15 m y el factor de forma es igual a 0,9.

Para calcular el volumen, se aplica la ecuación:

$Vol = B \times H \times f$
$Sb = \pi \times r^2$
$Sb = (3,14)(30\ cm)^2$
$Sb = (3,14)(900 cm^2)$
$Sb = 2826\ cm^2$

DAP es el diámetro (D) a la altura (A) del pecho (P). Se mide el diámetro a una altura 1,3 m desde el suelo.

Para expresar este valor en m^2, multiplicamos $2826 cm^2$ por $1 m^2/10\ 000\ cm^2$

$B = 2826\ cm^2)/(1\ m^2/10000\ cm^2)$
$B = 0,2826\ m^2$

Liego multiplicamos la Sb por H y por f para obtener el volumen

$Vol = Sb \times H \times f$;

También se puede prescindir del signo x sin que altere la ecuación:

$Vol = Sb\ H\ f$

También podemos escribir:

$Vol = Sb*H*f$
$Vol = (0,2826\ m^2)*(15\ m)*(0,9)$
$Vol = 3,8151\ m^3$

Este resultado se puede interpretar como $3m^3 + 0,8151m^3$ ó $3\ m^3$ con $815\ dm^3$, porque en unidades de volumen de una categoría a otra varían de tres en tres.

Si es de una menor a una superior se divide por mil. Si es de una superior a una menor se multiplica por 1000 un

Ejercicio 33. Calcular el volumen de un árbol de teca en pie, cuyas dimensiones son: 40 cm de DAP (diámetro a la altura del pecho), 10 m de altura comercial (Hc) y su factor de forma (f) es 0,6.

DATOS

DAP = 40 cm
Hc = 10 m
f = 0,6

Para calcular el volumen en pie se utiliza la siguiente ecuación:

$Vol = [(DAP^2/4)*\pi*Hc*f$
$Vol = [(0,4\ m)^2/4)][(3,1416)][(10\ m)(0,6)]$
$Vol = [0,16\ m^2)/4][(3,1416)](6\ m)$
$Vol = [0,04\ m^2](18,8496\ m)$
$Vol = 0,753984\ m^3$

Los 40 cm se transforman en 0,4 m, al dividir 40 para 100.

40 cm/100 = 0,4 m

El volumen del árbol hasta la altura comercial es igual a 0,753984 m^3

Este resultado puede ser interpretado como 753 984 cm^3 o como las tres cuartas partes de un metro cúbico, ya que un m^3 tiene 1 000 000 de cm^3.

Ejercicio 34. Calcular el volumen de una troza de teca (Noboa P. 2010. La teca en Ecuador) cuyas dimensiones son: 3 m de largo, 50 cm de diámetro mayor y 40 cm de diámetro mayor.

Para calcular el volumen, utilizando la fórmula (ecuación) de Smalian:

$V = D^2 *0,7854*L$

Donde:

V = volumen (m^3)
D = diámetro (m)
L = largo (m)
DATOS:

D = 50 cm
D = 40 cm
L = 3 m

La ecuación inicial es:

$V = (D/2)^2 \times \pi \times L$
$V = (D^2/\mathbf{4}) \times \pi \times L$
$V = D^2 \times (\pi /4) \times L$
$V = D^2 \times 0,7854 \times L$
$V= 0,784*D^2*L$

0,7854 = 3,1416/4

Iniciamos calculando el diámetro promedio (Dp) de la troza, para lo cual sumamos el diámetro mayor (D) con el menor (d) y dividimos para dos así:

$Dp = (D+d)/2$

$Dp = (50\ cm+40\ cm)/2$
$Dp = 90\ cm/2$
$Dp = 45\ cm$
$Dp = 0,\ 45\ m$

Luego reemplazamos en:

$V = D^2*0,7854*L$
$V = (0,45\ m)^{2*}0,7854*3\ m$
$V = (0,2025\ m^2)*0,7854*3m$
$V = (0,2025\ m^2)(2,3562\ m)$
$V = 0,4771305\ m^3$

RESPUESTA:
El volumen de la troza es igual a $0,4771305\ m^3$

Este resultado equivale a casi medio m^3

También se puede calcular el volumen utilizando sólo el diámetro menor. Los comerciantes utilizan esta fórmula ya que al cuadrar la troza se debe hacer tomando en cuenta el diámetro menor.

Ejercicio 35: Calcular el volumen de una troza de teca cuyas dimensiones son: 3 m de largo, 50 cm de diámetro mayor y 40 cm de diámetro mayor, utilizando la fórmula de Huber (Noboa P. 2010).

En este caso se utiliza la medida del diámetro tomada en la mitad de la troza, ya que la troza mide 3 m, tomamos la medida del diámetro a 1,5 m de cualquiera de los extremos y aplicamos la misma ecuación.

Si la medida del diámetro es de 43 cm, tendríamos

$V = D^2 * 0{,}7854 * L$

$V = (0{,}43\ m)^2 * 0{,}7854 * 3\ m$

$V = (0{,}1849\ m^2) * 0{,}7854 * 3\ m$

$V = 0{,}43666138\ m^3$

RESULTADO: El volumen de la troza es de 0,43666138

Ejercicio 36: Calcular el volumen de la troza de teca anterior utilizando la fórmula de Hoppus.

En este caso se aplica la siguiente ecuación:

$V = [(Cm)^{2*}L]/16$

Donde:

V = volumen (m^3)

Cm = diámetro medido en el centro de la troza (m)

L = largo de la troza en m

Además se impone un castigo fijo al diámetro de la troza de 3 cm o de 9,5 cm a la circunferencia y un castigo de 5 cm a la longitud de la troza, quedando la fórmula expresada así:

$V = [(C-Ca)^2 * (L-La)]/16$

Donde:

V = Volumen (m^3)

C = Circunferencia en el centro de la troza (m)

Ca = Castigo a la circunferencia (9,5 cm)

L = Largo de la troza

La = Castigo en la longitud de la troza

DATOS

C = 45 cm*3,1416 = 141,372 cm
Ca = 9,5 cm
L = 3 m
La = 5 cm

$V = [(141{,}372\ cm-9{,}5\ cm)^2*(3\ m-0{,}05\ m)]/16$

$V = [(131{,}872\ cm)^2*(2{,}95\ m)]/16$

$V = [(1{,}31872\ m)^{2*}(2{,}95m)]/16$

$V = [(1{,}7390224384\ m^2)*(2{,}95\ m)]/16$

$V = [5{,}13011619328\ m^3]/16$

$V = 0{,}32063226268\ m^3$

RESULTADO:

El volumen de la troza es de 0,32063226268 m^3

(Tomado de Noboa P. 2010. La teca en Ecuador)

TENDENCIAS

Ejercicio 37. Calcular la demanda futura, en el año 2025, de un producto cuya serie histórica se presenta en el siguiente cuadro:

AÑO	X	Y DEMANDA(m^3)
2010	1	10
2011	2	20
2012	3	30
2013	4	40
2014	5	50
2015	6	60
2016	7	70
2017	8	80
2018	9	90
2019	10	100

Antes de iniciar los cálculos se debe graficar los datos en el plano cartesiano, para conocer la tendencia de los datos.

En el eje de las **X** (abcisas) colocamos los números de los años (1; 2; 3; 4 …) y en el eje de las **Y**(ordenadas) colocamos los valores de la demanda.

Para representar los valores en Y se debe tener en cuenta el máximo valor a representar. La repartición de los espacios se realiza en forma proporcional.

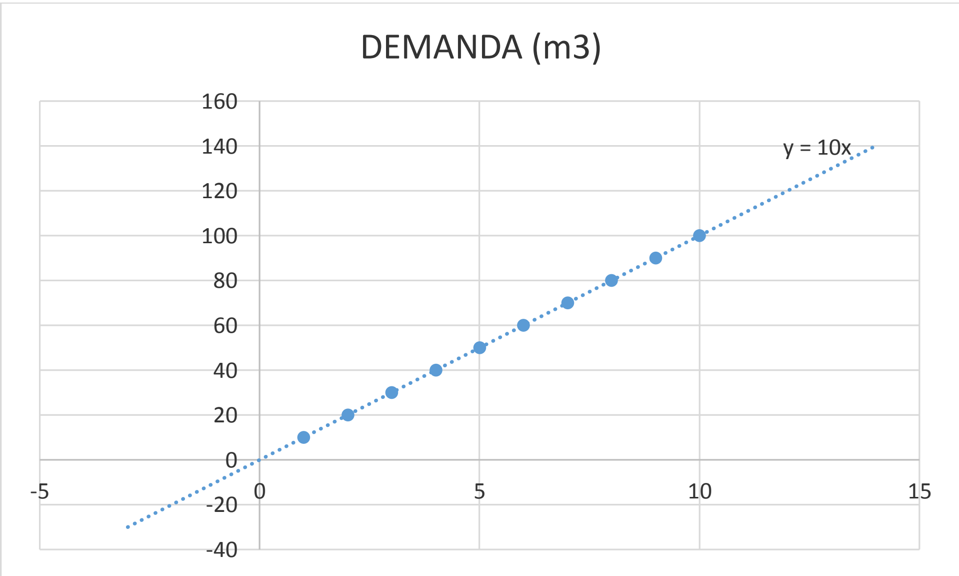


Fig. Representación de la serie histórica de la demanda

Al graficar se obtiene una recta ascendente.

Cuando la tendencia es de una recta, se debe utilizar el **método de cuadrados mínimos** para encontrar los valores de a y b. la letra **a** nos indica el **punto de intersección** de la recta con el eje de las **Y**, y la letra **b** representa la **pendiente** de la recta.

En la columna de **X** se escribe los números de orden que corresponde a cada año de los cuales se tiene datos. En la columna de $\mathbf{X^2}$ se eleva cada valor de **X** al cuadrado, en la columna **Y** se escriba los valores de la demanda y en la columna **XY** se escribe los productos de los valores de **X** con **Y**. en la última fila se escribe los totales de cada columna.

Cuadro. Cálculo usando mínimos cuadrados

X	$\mathbf{X^2}$	**Y**	**XY**
1	1	10	10
2	4	20	40
3	9	30	90
4	16	40	160
5	25	50	250
6	36	60	360
7	49	70	490
8	64	80	640
9	81	90	810
10	100	100	1000
$\mathbf{\sum X=55}$	$\mathbf{\sum X^2 = 385}$	$\mathbf{\sum Y= 550}$	$\mathbf{\sum XY= 3850}$

Una vez obtenidas las sumatorias (∑) se procede a reemplazar los valores en las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{\sum Y = Na + b\sum X}$$

$$\mathbf{\sum XY = a\sum X + b\sum X^2}$$

Este ejercicio se puede resolver por sustitución o por igualación, en este caso resolveremos por igualación por ser más sencillo.

DATOS:

$\sum X = 55$
$\sum X^2 = 385$
$\sum Y = 550$
$\sum XY = 3850$
$N = 10$

N es el la cantidad de años de la serie histórica

Para igualar las ecuaciones, multiplicamos a la ecuación (1) por 5,5 para que los coeficientes de (a) en ambas ecuaciones sea 55, luego la multiplicamos por (-1) para restar y eliminar (a)

550 = 10 (a) + (b) 55 (1)

3850 = 55 (a) + 385 (b) (2)

Multiplicamos a la ecuación (1) por 5,5 y por (-1)

(5,5)(-1)(550 = 10 (a) + (b) 55)

-3025 = -55 a - 302, 5 b (3)

Sumamos las ecuaciones 3 Y 2

-3025 = -55 a - 302, 5 b (3)

+ 3850 = 55 (a) + 385 (b) (2)

825 = 0 + 82,5 b

Si b es positiva significa que la recta sube, si es negativa la recta baja. Si el valor de b es cero quiere decir que la recta se mantiene horizontal o que no hay variación de un año a otro

Ordenando tenemos

82,5 b = 825

Despejando b tenemos

b = 825/82,5

b = 10

El valor de la pendiente es 10

Reemplazamos (b) en la ecuación (1)

550 = 10 (a) + (b) 55

550 = 10 (a) + (10) (55)

550 = 10 a +550

10 a = 550 – 550

10 a = 0

a = 0/10

a = 0

El valor de a es 0, esto quiere decir que la recta corta al eje de las Y en 0 (cero)

Obtenidos a y b, reemplazamos sus valores en la ecuación general de la recta

Y = a + bX

Y= 0 + 10(10)

Y=100

RESPUESTA: La demanda en el año 10 es igual a 100 m^3

Para proyectar al año 2025, debemos dar el número que corresponde al 2025 en la secuencia que teníamos hasta el 2019, perteneciéndole el número 16 (X) al año 2025

Reemplazando en la ecuación de la recta, tendríamos:

$Y = a + bX$

$Y = 0 + 10\ (X)$

$Y = 0 + 10\ (16)$

$Y = 0 + 160$

$Y = 160$

RESPUESTA: La demanda en el año 2025 será de 160 m^3

TENDENCIAS

Continuando con el ejercicio anterior, y tomando los datos obtenidos mediante el cálculo de mínimos cuadrados, podríamos resolver el siguiente procedimiento:

DATOS

$\sum X = 55$
$\sum X^2 = 385$
$\sum Y = 550$
$\sum XY = 3850$
$N = 10$

También se puede calcular a y b utilizando las siguientes ecuaciones:

b = [NSxy-SxSy]/[(NSx^2-(Sx)^2]

a = [Sx^{2}Sy-SxySx]/[NSx^2-(Sx)^2]

b = [10(3850)-(55)(550)]/[10(385)-(55)^2]
b = [38500-30250]/[3850-3025]
b = 8250/825
b = 10

RESPUESTA: la pendiente tiene un valor de 10

a = [385(550)-3850(55)]/[10(385)-(55)^2]
a = [211750-211750]/[546-441]
a = 0/105
a =0

RESPUESTA: el valor de la intersección (a) es de 0 (cero)

Cuando a es igual a cero significa que la recta pasa por el origen o el cruce de la abscisa (x) con la coordenada (y), donde el valor es **CERO** tanto para X como para Y.

Otra forma de calcular **a** y **b** es usando la Y media Y la X media

$$b_1 = \frac{\sum XY - n\overline{X}\,\overline{Y}}{\sum X^2 - n\overline{X}^2}$$

$$b_0 = \overline{Y} - b_1\overline{X}$$

b_1 es la pendiente

b_0 es el punto de intersección de la recta con el eje Y

DATOS

$\sum X \quad = 55$
$\sum X^2 \quad = 385$
$\sum Y \quad = 550$
$\sum XY \quad = 3850$
X media = 5,5
Y media = 55
N = 10

Reemplazamos valores:

$b_1 = ((3850 – 10\ (5,5)\ (55))/(385 – 10\ (5,5)^2)$

$b_1 = (3850 – 3025)/(385 – 302,5)$

$b_1 = 825/82,5$

$b_1 = 10$

La pendiente (b_1) tienen el valor de 10

$b_0 = 55 – 10\ (5,5)$

$b_0 = 55 – 55$

$b_0 = 0$

RESPUESTA:

El punto de intersección de la recta (b_0) es en el punto 0 (cero)

TENDENCIAS

Ejercicio 38. Calcular la demanda de un producto, en el año 2025, cuya serie histórica es:

Año	X	DEMANDA (m^3)
2015	1	5
2016	2	10
2017	3	20
2018	4	40
2019	5	80
2020	6	160

Pasemos los datos al plano cartesiano:

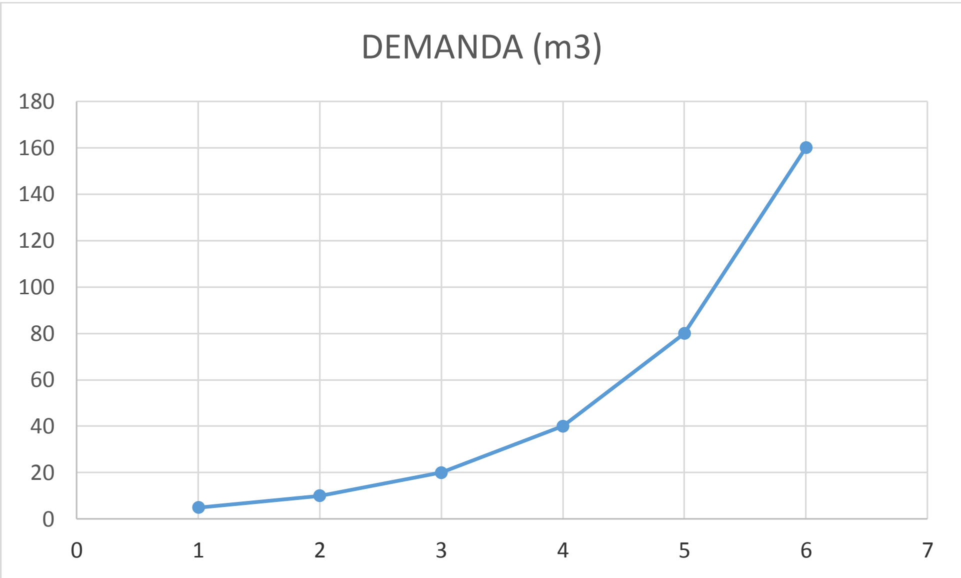


Fig. Serie histórica de la demanda

La tendencia de esta línea es una curva, por lo tanto usamos la ecuación del interés compuesto o del valor futuro o valor final:

$V_1 = V_0 + I$

$V_1 = V_0 + V_0\,(i)$

$V_1 = V_0\,(1+i)$

$V_n = V_0\,(1+i)^n$

Necesitamos calcular la tasa de crecimiento (i), para lo cual realizamos la siguiente operación:

$V_n \quad = V_0\,(1+i)^n$

$V_n / V_0 = (1+i)^n$

Para despejar i, extraemos la raíz n a cada miembro de la igualdad

El exponente fraccionario representa a una raíz. El denominador es el índice de la raíz. Para resolver, se multiplican los exponentes: n*(1/n) = 1, porque se simplifican las letras n y el resultado es 1, entonces desaparecen los exponentes en el miembro A, pero en el miembro B no se puede resolver y que la raíz n.

$[(1+i)^n]^{1/n} = [V_n/V_0]^{1/n}$

$1+i \quad = [V_n / V_0]^{1/n}$

$i = [V_n / V_0]^{1/n} - 1$

Donde

V_0 = Valor inicial
V_n = Valor final
n = número de períodos
En el inicio n=0

Reemplazamos valores

$i = [160/5]^{1/5} - 1$

$i = [32]^{1/5} - 1$

$i = 2-1$

$i = 1$

$i\% = 1 * 100$

$i\,\% = 100\%$

RESPUESTA: La tasa de crecimiento es del 100%.

Interpretando este resultado, podemos decir que al incrementarse el 100%, la cantidad se duplica de un año a otro. Para trabajar con el porcentaje se introduce el dato de la i dividido por 100, lo que sería igual a 1.

Para calcular la demanda en el 2025, tenemos que calcular los períodos que han transcurrido desde el primer dato, en este caso, sería el periodo 10. Entonces n = 10

Reemplazamos valores en la siguiente ecuación:

$V_n = V_0 (1+i)^n$

$V_n = 5\,(1+1)^{10}$

$Vn = 5\,(2)^{10}$

$Vn = 5\ (1024)$

$Vn = 5120\ m^3$

RESPUESTA:

El valor de la demanda en el 2025 será de 5120 m^3

ANUALIDADES

Anualidades son una serie de cantidades o cuotas que se deben entregar en períodos regulares de tiempo, con la finalidad de constituir un capital o de pagar una deuda.

Las anualidades reciben el nombre de imposiciones cuando las cuotas que se entregan son para formar un capital, y amortizaciones, cuando las cuotas entregadas son para cancelar una deuda (cálculo mercantil)

Ejercicio 39. Elaborar una tabla de pago de un préstamo de 10 000 USD (United States Dollar). La tasa de descuento es de 12% y el tiempo es de 6 años.

Procedemos a calcular la cantidad de dinero que se deberá pagar anualmente utilizando la ecuación de la anualidad.

$$A = P\left[\frac{i\,(1+i)^{n}}{(1+i)^{n}-1}\right]$$

DATOS
P = 10 000 USD
i = 12%
n = 6 años
A = ?

A = anualidad
P = préstamo
i = tasa
n = períodos

Para trabajar con la tasa dentro del paréntesis, se le divide para 100, ya que 12% es igual a 12/100 ó a 0,12

Cuando se tiene diferentes tipos de paréntesis, primero se resuelve los paréntesis curvos y después los paréntesis rectos.

Reemplazamos valores:

$A = 10\,000\ [0{,}12(1+0{,}12)^{6}] / [(1+0{,}12)^{6} -1]$

$A = 10\,000\ [0{,}12(1{,}12)^{6}] / [1{,}12)^{6}-1]$

$A = 10\,000\ [0{,}12(1{,}9738)] / [1{,}9738)-1]$

$A = 10\,000\ [0{,}236858] / [0{,}97382268]$

$A = 2\,368{,}58 / 0{,}97382268$

$A = 2\,432{,}25$ USD

RESPUESTA:

La anualidad es de 2 432,25 USD

Obtenida la anualidad elaboramos la tabla de pago del préstamo

Tabla de pago del préstamo

Año	Interés (gasto financiero) (USD)	Pago de fin de año (USD) (ANUALIDAD)	Pago a principal (capital) (USD)	Deuda después del pago(USD)
0				10 000,00000
1	1200,000000	2432,24978	1232,249780	8 767,75022
2	1052,130026	2432,24978	1380,119754	7 387,63047
3	886,515656	2432,24978	1545,734124	5 841,89634
4	701,027561	2432,24978	1731,222219	4 110,67412
5	493,280895	2432,24978	1938,968885	2 171,70524
6	260,604629	2432,24978	2171,645151	0,06009

Para construir la tabla de pago realizamos los siguientes pasos:

1. Iniciamos colocando la cantidad de la anualidad (2 432,24978USD) en la columna de pago de fin de año.
2. Calculamos el 12% de 10 000 y lo colocamos en la columna de interés

10 000x12/100=1200

3. Restamos 1200 de 2432,24978

2432,24978-1200 = 1232,249780. A esta diferencia la colocamos en la comuna de pago a principal.

4. Restamos 1232,249780 de 10 000 y la diferencia colocamos en la columna de deuda después de pago.

10 000-1 232,249780=8 767,75022.

Esto quiere decir que del capital hemos pagado sólo 1 232,249780 USD y debemos 8 767,75022 USD

5. Para el año 2, sacamos el 12% de lo que quedamos debiendo en el año 1:

8 767,75022 x 12/100 = 1 052,130026 USD

6. Restamos 1 052,130026 de 2 432,24978 y nos queda 1 380,119754 USD.
7. Restamos 8 767,75022 – 1 380,119754 y nos queda 7 387,63047 USD.
8. Este procedimiento se repite hasta el año 6, donde la deuda debe quedar en 0 (cero) o muy cerca de cero. Todo dependerá de la cantidad de cifras decimales con las que trabajemos. En todo caso es mejor trabajar en Excel.

En este ejercicio nos ha quedado 0,06 USD que representan 6 ctvs. de dólar, lo cual está muy cercano a cero.

Nota: En la tabla de pago se observan seis cifras decimales, porque es importante ser lo más precisos posible en asuntos de dinero, pero en la práctica se paga hasta los centavos o sea cantidades hasta con dos cifras decimales.

DEPRECIACIÓN

Es una cantidad de dinero que se calcula pierde un bien, maquinaria, equipo o algo parecido, en el transcurrir del tiempo de uso. Los objetos tienen diferentes tiempos de vida.

Ejercicio 40. Calcular la depreciación de una maquinaria, cuyo precio es de 30 000 USD y el tiempo de vida útil es de 10 años.

La depreciación (D) se calcula dividiendo el precio (P) de la maquinaria o bien que se desea depreciar, para el tiempo (T) de su vida útil.

DATOS

P = 30 000 USD

T= 10 años

Aplicamos la ecuación

D = P/T

D = 30 000 USD / 10 años

D = 3 000 USD / año

RESPUESTA

El valor de la depreciación es de 3 000 dólares por año

Este valor indica que cada año la empresa o el propietario deberá guardar 3 000 USD para que cuando se termine el tiempo de vida útil de la maquinaria exista el dinero necesario para comprar otra similar. Además se tomará en cuenta el valor residual (VR) de la maquinaria. El valor residual es el dinero que recibiremos al vender la maquinaria usada

PRESUPUESTO

Existe el presupuesto de ingresos y el de egresos.

Ejercicio 41. Elaborar el presupuesto de egresos de una plantación forestal

Para elaborar el presupuesto se construye una tabla de cinco columnas. En la primera colocamos el concepto de lo que se va a comprar o pagar; en la segunda, la cantidad de objetos, bienes, servicios u otros; en la tercera, la unidad de medida de lo que se adquiere; en la cuarta, el valor unitario y en la quinta, el valor total que es el resultado de multiplicar la cantidad de lo requerido por el valor unitario. En la última línea colocamos el gran total. Podemos obtener subtotales por grupos, si creemos necesario

Se puede separar los gastos por grupos como: maquinarias, herramientas, materiales, capacitación y otros.

Presupuesto de egresos.

Concepto	Cantidad	Unidad	Valor unitario (USD)	Valor total (USD)
Terreno	50	ha	2000,00	**100 000,00**
Herramientas				**400,00**
hoyadoras	10	u	30,00	300,00
Machetes	20	u	5	100,00
Materiales				
Plántulas	50000	u	0,10	**5 000,00**
Mano de obra				
Siembra	500	Jornales	10,00	**5 000,00**
GRAN TOTAL				**110 400,00**

SEUO Son 110 400,00 (ciento diez mil cuatrocientos dólares con cero centavos)

El presupuesto de ingresos se calcula de acuerdo a la planificación de las podas, entresacas o tala rasa de los productos forestales a obtener. Si se trata de un proyecto agroforestal se tomará en cuenta los productos agrícolas y los forestales en su debido tiempo.

Presupuesto de ingresos

Concepto	Cantidad	Unidad	Valor Unitario (USD)	AÑOS		
				1	4	5
Maíz	4 000	qq	15,00	60000,00		
Cañas	2000	u	1,00		2 000,00	2 000,00
Balsa	10 000	m^3	200,00			2 000 000,00
TOTAL				60000,00	2000,00	2 002 000,00

CÁLCULO DEL VALOR ACTUAL NETO

Los datos obtenidos en el presupuesto de ingresos y en el de egresos sirven para elaborar el flujo de caja. Con los totales de ingresos y de egresos se calcula el flujo neto de fondos de cada año. Una vez que se haya calculado el flujo neto de fondos (FNF) se puede calcular algunos indicadores económicos como el valor actual neto (VAN), la tasa interna de retorno (TIR) y la relación beneficio/costo (R B/C).

Ejercicio 42. Con el siguiente flujo de caja, calcular el VAN del proyecto. La tasa de descuento es del 16%

Flujo de caja

	0	1	2	3	4	5	6	VAN (USD)
TOTAL INGRESOS	0	800000	800000	800000	800000	800000	800000	$ 2.947.788,73
TOTAL EGRESOS	600000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	$ 2.073.894,36
FNF	-600000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	$ 873.894,36

Para calcular el VAN del proyecto se trabaja con el FNF solamente.

Se procede a actualizar cada valor del FNF y luego se suman esos valores actualizados. Se multiplica cada valor por el factor singular de actualización: Vf* $(1/ (1+i)^{n}$

También se puede utilizar las funciones de Excel

INTERPRETACION DE RESULTADOS

Para interpretar el resultado del VAN se debe hacer las siguientes consideraciones:

1. Cuando el VAN es menor que cero, el proyecto no es atractivo. Esto quiere decir que no debemos invertir dinero en ese proyecto.
2. Cuando en VAN es igual a cero, el proyecto es indiferente. Esto significa que se recupera el dinero invertido y los intereses, pero no hay ganancia. Por tanto se puede invertir sabiendo que no habrá ganancia.
3. Cuando el VAN es mayor que cero, el proyecto es atractivo. En este caso el proyecto paga en efectivo esa cantidad, se ha recuperado la inversión y los intereses y ha quedado un excedente.

RESPUESTA

En este ejercicio el VAN del proyecto es de $ 873.894,36 USD. Este valor nos indica que una vez que haya terminado el tiempo del proyecto, éste entregará como ganancia esa cantidad de dinero.

Siendo el VAN mayor que cero, el proyecto es atractivo

Ejercicio 43. Con los datos del ejercicio anterior, calcular la RBC y la TIR del proyecto

Flujo de caja

Años	0	1	2	3	4	5	6	VAN (USD)
TOTAL INGRESOS (USD)	0	800000	800000	800000	800000	800000	800000	2.947.788,73
TOTAL EGRESOS (USD)	600000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	2.073.894,36
FNF (USD)	-600000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	873.894,36

CÁLCULO DE LA RELACIÓN BENEFICIO/COSTO (R B/C)

Para calcular la relación beneficio/costo se calculan los VANES de ingresos y de egresos, luego se divide el VAN de ingresos para el VAN de egresos

RB/C = VANI/VANE

RB/C = $ 2.947.788,73/$ 2.073.894,36

RB/C = 1,42

RESPUESTA

La RB/C de este proyecto es de 1,42

Para interpretar los resultados de la relación beneficio/costo (R B/C) se debe tomar en cuenta lo siguientes casos:

Cuando la R B/C es menor que 1, el proyecto no es atractivo

Cuando la R B/C es igual a 1, el proyecto es indiferente.

Cuando la R B/C es mayor que 1, el proyecto es atractivo.

Al resultado obtenido se le resta 1 y la diferencia indica lo que se pierde o gana por unidad monetaria.

EN ESTE EJERCICIO LA RB/C ES DE 1,42, LO CUAL INDICA QUE EL PROYECTO ES ATRACTIVO. A ESTE RESULTADO LE RESTAMOS 1 Y LA DIFERENCIA ES DE 0,42, LO CUAL INDICA QUE POR CADA DÓLAR INVERTIDO GANAREMOS 0,42 USD o 42 ctv.

CÁLCULO DE LA TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)

La TIR está definida como aquella tasa de descuento que hace que el VAN de una determinada inversión sea igual a cero.

VAN tir = 0

La TIR se calcula efectuando una interpolación gráfica o matemática, partiendo de los resultados de valores actualizados de los beneficios y los costos y calculando VANES con distintas tasas de descuento. En la práctica y basándose en estos conceptos, con un VAN positivo y otro negativo, pero muy cercanos a cero, se calcula la TIR utilizando la siguiente fórmula:

$$TIR = Tm + (TM - Tm)\left[\frac{VANM}{VANM - VANm}\right]$$

En donde:

Tm	=	tasa de descuento menor
TM	=	tasa de descuento MAYOR
VANM	=	VAN MAYOR
VANm	=	VAN menor

También se puede aplicar la función TIR de Excel, para lo cual se barren todos los datos del FNF y se obtiene directamente la TIR

Para interpretar la TIR se debe considerar:

Cuando la TIR es menor que la tasa de descuento, el proyecto no es atractivo.

Cuando la TIR es igual a la tasa de descuento, el proyecto es indiferente.

Cuando la TIR es igual a la tasa de descuento, el proyecto es atractivo.

En este ejercicio, la TIR tiene un valor de 63,13 %. Siendo mayor que la i, el proyecto es atractivo

Para comprobar si está bien calculada la TIR, se calcula el VAN del proyecto con la TIR y el resultado debe ser igual a cero.

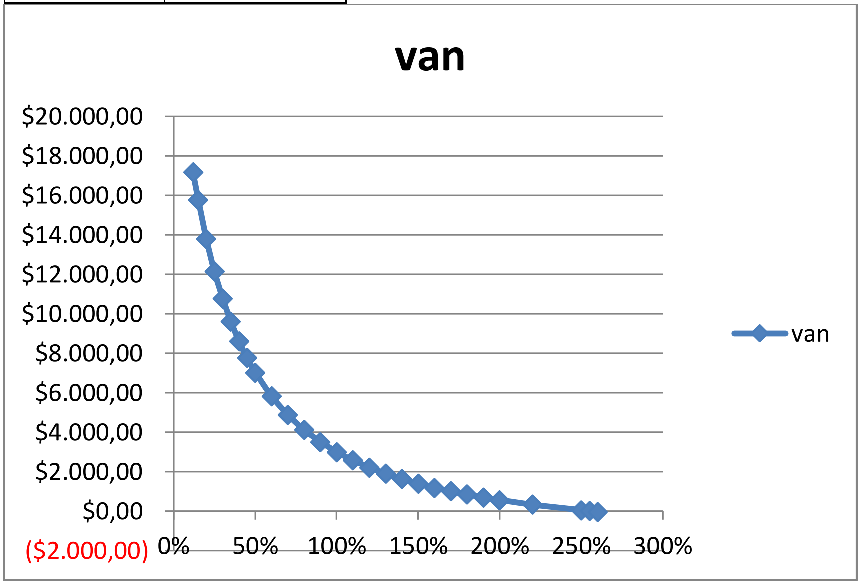
Ejercicio 44. Con el siguiente flujo de caja calcular la TIR del proyecto

CONCEPTO	0	1	2	3	4	5	VAN
TOTAL INGRESOS	0	10.000,00	10.000,00	8 000,00	8.000,00	12.000,00	
Ingresos Actualizados al 12% (IA)	0	8.928,57	7.971,94	5.694,24	5.084,14	6.809,12	34.488,01
TOTAL EGRESOS	2 000,00	5.000,00	4.000,00	4.000,00	4.000,00	4.000,00	
Egresos Actualizados al 12% (EA)	2.000,00	4.464,29	3.188,78	2.847,12	2.542,07	2.269,71	17.311,97
FNF Actualizados al 12% (=IA-EA)	-2 000,00	4.464,28	4.783,16	2.847,12	2.542,07	4.539,41	17.176,04

Para calcular la TIR se debe realizar actualizaciones del FNF con diferentes tasas de descuento, iniciando con la planteada en el proyecto, hasta encontrar dos valores muy cercanos a cero (0), uno positivo y otro negativo

tasas	VAN
12%	$ 17.176,06
15%	$ 15.779,18
20%	$ 13.792,18
25%	$ 12.147,84
30%	$ 10.772,26
35%	$ 9.610,03
40%	$ 8.619,09
45%	$ 7.767,06
50%	$ 7.028,81
60%	$ 5.818,60
70%	$ 4.873,83
80%	$ 4.119,92
90%	$ 3.506,83
100%	$ 3.000,00
110%	$ 2.574,97
120%	$ 2.214,04
130%	$ 1.904,12
140%	$ 1.635,38
150%	$ 1.400,32
160%	$ 1.193,10

170%	$ 1.009,14
180%	$ 844,80
190%	$ 697,14
200%	$ 563,79
220%	$ 332,50
250%	$ 53,55
255%	$ 13,33
260%	-$ 25,37



Representación gráfica de la curva del VAN

TIR = [Tm + (TM-Tm)][VANM/(VANM-VANm)]

DATOS

Tm= 255 %

TM= 260%

VANm= -25,37 USD

VANM= 13,33 USD.

APLICANDO LA ECUACIÓN QUEDARÍA:

TIR = (255+(260-255))(13,33/13,33-(-25,37))

TIR = 256,722 %.

El valor de la TIR no debe ser menor que la tasa menor ni mayor que la tasa mayor.

Para comprobar si el cálculo es correcto, se debe calcular el VAN del proyecto utilizando la TIR. El resultado debe ser cero o muy cercano a cero.

Cuadro relacional entre VAN, R B/C Y TIR

VAN	RB/C	TIR	INTERPRETACIÓN	
>0	>1	>i	Proyecto atractivo	
=0	=1	=i	Proyecto indiferente	
<0	<1	<i	Proyecto no atractivo	

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El análisis de sensibilidad ilustra como varia el valor del proyecto ante cambios en alguna de sus variables clave, manteniendo el valor de las demás constantes.

Es decir, este análisis se hace una variable a la vez y supone independencia entre las distintas variables que influencian el valor de un proyecto.

El primer paso para realizar un análisis de sensibilidad consiste en identificar las principales variables que afectan el valor del proyecto y que están fuera de nuestro control o pudieron ser estimadas de forma imprecisa. Luego, para cada una de estas variables, se deben buscar escenarios positivos y negativos que sean razonables y bien fundamentados. Es decir, encontrar los mejores y peores valores que podrían tomar las variables en la práctica. Finalmente se calcula el VAN del proyecto en cada uno de estos escenarios.

Ejercicio 44. Realizar el análisis de sensibilidad de un proyecto variando la inversión inicial

Flujo de caja

CONCEPTO	0	1	2	3	4	5	6	VAN (USD)
TOTAL INGRESOS	0	800000	800000	800000	800000	800000	800000	2.947.788,73
TOTAL EGRESOS	600000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	2.073.894,36
FNF	-600000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	873.894,36

RB/C = 1,42; TIR = 63,13 %.

Flujo de caja

CONCEPTO	0	1	2	3	4	5	6	VAN (USD)
TOTAL INGRESOS (USD)	0	800000	800000	800000	800000	800000	800000	2.947.788,73
TOTAL EGRESOS (USD)	1000000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	2.073.894,36
FNF (USD)	-1000000	400000	400000	400000	400000	400000	400000	873.894,36

RBC = 1,191558 TIR = 32,66%

Notamos que al tener la inversión inicial más alta, ha disminuido la RB/C y la TIR.

GLOSARIO

¿Qué es ingeniería?

De ingeniero.

1. f. Conjunto de conocimientos orientados a la invención y utilización de técnicas para el aprovechamiento de los recursos naturales o para la actividad industrial.

2. f. Actividad profesional del ingeniero.

https://dle.rae.es/ingenier%C3%ADa

Matemático, ca

Del lat. mathematĭcus, y este del gr. μαθηματικός mathēmatikós; la forma f., del lat. mathematĭca, y este del gr. [τὰ] μαθηματικά [tà] mathēmatiká, der. de μάθημα máthēma 'conocimiento'.

1. adj. Exacto, preciso.

2. adj. Perteneciente o relativo a las matemáticas. Regla matemática. Instrumento matemático.

3. m. y f. Especialista en matemáticas.

4. m. desus. Astrólogo (hombre que profesa la astrología)

5. f. Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. U. m. en pl. Con el mismo significado que en sing.

https://dle.rae.es/matem%C3%A1tico

Cuantificar

Expresar una magnitud en números.

Cuerpo geométrico

Es la porción del espacio ocupada por un cuerpo. Los cuerpos geométricos se diferencian de los cuerpos planos porque poseen volumen, es decir, tienen tres dimensiones: largo, ancho, alto.

Estimar

Calcular o determinar el valor o la medida de algo aproximado.

Figura geométrica

Se da el nombre de figura geométrica a todo conjunto de líneas, superficies y puntos relacionados entre sí, que sean planos. Forma Es la representación gráfica de un objeto. Cada cosa tiene: tamaño, color, peso y formas espaciales (geométricas)

Minuendo

Primer término en una sustracción. En la sustracción 24 – 3, el minuendo es 24. Número Signo que permite representar la cantidad de objetos de una colección.

Ordenar

Distribuir los elementos según criterios.

Plano

Un plano es una superficie que tiene longitud y anchura pero no volumen.

Problemas

Problemas de cálculo aritmético, en cuyo enunciado aparecen solo dos datos y una incógnita.

Cilindro

Cuerpo geométrico que se obtiene por la rotación de un rectángulo en torno a uno de sus lados.

Círculo

Región interior de una circunferencia.

Circunferencia:

1. Lugar geométrico de todos los puntos que están en un mismo plano y que equidistan de un punto llamado centro. 2. Línea curva, plana, cerrada cuyos puntos equidistan de otro punto dado, llamado centro.

Conmutativa

Propiedad que no cambia el resultado de una operación al alterar el orden de los elementos que operan.

Decímetro

Medida de longitud equivalente a la décima parte del metro.

Deducción

Conclusión basada en un conjunto de proposiciones verdaderas.

Demostración

Proceso por el cual, mediante una serie de razonamientos lógicos, se llega a establecer la verdad de una proposición o teorema a partir de cierta hipótesis.

Denominador

Parte de una fracción que indica en cuántas partes está dividido un todo o la unidad.

Diagonal

Segmento rectilíneo que une dos vértices no consecutivos de una figura geométrica.

Diagrama

Figura gráfica que explica un fenómeno estadístico, físico, químico, matemático, etc.

Diámetro

Cuerda que pasa por el centro y divide a la circunferencia en dos semicircunferencias. Equivale al doble del radio y es la máxima cuerda que se puede trazar en una circunferencia.

Diferencia

En una resta, es el RESULTADO de los dos números que intervinieron en la operación.

LINKOGRAFIA

https://www.uteq.edu.ec/carrera/Ingenier%C3%ADa%20Forestal-2/#tab-7

https://dle.rae.es/ingenier%C3%ADa

http://secforestales.org/content/glosario-tecnico-forestal

http://www.fao.org/3/i2080s/i2080s08.pdf

https://ecuadorforestal.org/glosario-forestal/glosario-de-regimen-forestal/

http://www.conafor.gob.mx/innovacion_forestal/?page_id=436

https://ingeniero.win/ingenieria-forestal/

http://www.fao.org/3/I8661ES/i8661es.pdf

https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/aritmetica/sustraccion.html

https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/aritmetica/sumar.html

https://www.youtube.com/watch?v=l-yTBSkYA5Q

https://www.smartick.es/blog/matematicas/geometria/calcular-perimetros/

https://ingemecanica.com/tutoriales/areas.html

https://www.monografias.com/trabajos88/deduccion-formulas-calcular-area-figuras-planas/deduccion-formulas-calcular-area-figuras-planas.shtml

http://www.colegioantofagasta.cl/images/diccionariomatematico.pdf

BIBLIOGRAFIA

Ayala, O, 2006, Matemática Recreativa, M & V GRÁFIC. Ibarra, Ecuador

Benalcázar, M. 2002, Unidades para Producir Medios Instruccionales en Educación.

Suárez, M. Ed. Graficolor, Ibarra, Ecuador.

Suárez, M. 2004, Interaprendizaje Holístico de Matemática, Ed. Gráficas Planeta, Ibarra, Ecuador.

Suárez, M, 2004, Hacia un Interaprendizaje Holístico de Álgebra y Geometría, Ed. Gráficas Planeta, Ibarra, Ecuador.

http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica2/frmulas_para_calcular_reas_de_figuras.html

Viñán Villagrán, J., Puente Riofrío, M., Ávalos Reyes, J., Córdova Prócel, J. 2018. Proyectos de inversión: un enfoque práctico. ESPOCH.